

## **Artículo original**

### **Desarrollo del razonamiento algebraico elemental a través de la modelización de tablas de proporcionalidad con la hoja de cálculo de excel**

### **The attainment of elementary algebraic reasoning capacities mediated by the instrumentation of ratio and proportion tables within the Excel computing platform**

**Cecilia Gaita Iparraguirre** <sup>1, a</sup> **Segundo Ramón Mendoza** **Francisco Ugarte Guerra** <sup>3, c</sup>  
**Ancajima** <sup>2, b</sup>

<sup>1</sup> Instituto de Investigación sobre Enseñanza de las Matemáticas, Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú

[cgaita@pucp.edu.pe](mailto:cgaita@pucp.edu.pe)

<sup>a</sup> ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7827-9262>

<sup>2</sup> Instituto de Investigación sobre Enseñanza de las Matemáticas, Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú

[smendozaancajima@gmail.com](mailto:smendozaancajima@gmail.com)

<sup>b</sup> ORCID: <https://orcid.org/0009-0000-3262-6372>

<sup>3</sup> Instituto de Investigación sobre Enseñanza de las Matemáticas, Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú

[fugarte@pucp.edu.pe](mailto:fugarte@pucp.edu.pe)

<sup>c</sup> ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8658-9471>

#### **Información**

Recibido: 14 de octubre del 2025.

Aceptado: 27 de diciembre del 2025.

#### **Palabras clave:**

Tablas de valores;  
Razonamiento  
Algebraico Elemental;  
hoja de cálculo.

#### **Resumen**

El Razonamiento Algebraico Elemental (RAE) puede desarrollarse eficazmente desde los primeros grados de la escolaridad. Este trabajo se centra en el diseño, experimentación y análisis de respuestas a situaciones didácticas sobre proporcionalidad, modelizadas mediante tablas dinámicas con el uso de la hoja de cálculo en Excel. Los resultados obtenidos con estudiantes entre 11 y 12 años, constatan que las situaciones diseñadas para hacer uso del *arrastre*, ayudan a transitar del lenguaje numérico, característico de las tablas estáticas, al lenguaje simbólico, rasgo esencial de un nivel consolidado de algebrización. Concluimos que el uso de la hoja de cálculo tiene un gran potencial para desarrollar el RAE, pues permite modificar argumentos, basados inicialmente en generalizaciones locales, a otros que implican generalizaciones globales. En ese proceso, además observamos que la hoja de cálculo, propicia una evolución en el lenguaje empleado, pues su sintaxis es un puente entre el lenguaje verbal y el simbólico.

#### **Information**

#### **Keywords:**

Value tables;  
Elementary Algebraic  
Reasoning; spreadsheet.

#### **Abstract**

Elementary Algebraic Reasoning (EAR) can be developed effectively from the early grades of school. This work focuses on the design, experimentation, and analysis of responses to teaching situations on proportionality, modeled using dynamic tables in Excel spreadsheets. The results obtained from students between 11 and 12 years old confirm that situations designed to drag help them transition from the numerical language, typical of static tables, to the symbolic language, an essential feature of a consolidated level of algebraization. We conclude that the use of spreadsheets has great potential for developing EAR, as it allows modifying arguments initially based on local generalizations to others that involve global generalizations. In that process, we also observe that spreadsheets promote an evolution in the language used, as their syntax is a bridge between verbal and symbolic languages.

## **INTRODUCCIÓN**

La generación de situaciones que permitan la evolución del Razonamiento Algebraico Elemental (RAE) a lo largo de la escolaridad es un tema de interés para la comunidad de educadores matemáticos (Godino et al., 2012; Aké y Godino, 2018; Burgos y Godino, 2019; Burgos y Godino, 2021). Así, Blanton y Kaput (2003; 2005; 2011) definen el razonamiento algebraico como la actividad matemática caracterizada por la generalización de ideas matemáticas, expresadas en formas cada vez más formales. En esa misma línea, Godino et al. (2014<sup>a</sup>) señalan que el razonamiento algebraico se relaciona directamente con procesos de representación, generalización y formalización de patrones y

regularidades en la actividad matemática. En el proceso de evolución de dicho razonamiento, se progresan en el uso de diferentes tipos de lenguajes y formas simbólicas para resolver las tareas.

La proporcionalidad se introduce en la Educación Primaria “por medio de tablas numéricas y el planteamiento de cuestiones dirigidas a identificar las llamadas propiedades homogénea y aditiva de la función de proporcionalidad” (Burgos y Godino, 2019, p. 127). Modificando la información que aparecen en las tablas de proporcionalidad se pueden generar condiciones idóneas para la formulación de hipótesis asociadas a la relación existente entre los datos particulares mostrados en la tabla, identificando razones internas y externas, lo que luego permitirá obtener nuevos valores que preserven la relación. De esa manera, las situaciones asociadas a la proporcionalidad pueden contribuir al desarrollo del RAE (Burgos, 2020).

Por lo anterior, proponemos que el diseño de situaciones sobre proporcionalidad con información dada mediante tablas, busque propiciar que los estudiantes evolucionen hacia niveles superiores de RAE, teniendo en cuenta unas variables didácticas, tal se explicarán en el apartado de *Diseño y análisis a priori*.

## MATERIAL Y MÉTODOS

El Enfoque Ontosemiótico (EOS) propone un modelo de Razonamiento Algebraico Elemental (RAE) que considera estudios de funcionamiento del conocimiento matemático aplicados a la resolución de problemas, donde el cambio o variación de alguna variable en la tarea puede dar lugar no solo a nuevas prácticas matemáticas, sino también a un progresivo nivel de algebrización (Godino et al., 2014<sup>a</sup>).

Los niveles del RAE, adaptados a tareas de proporcionalidad (Gaita et al., 2023), se describen de la siguiente manera: el nivel 0 de algebrización se asocia con el significado de tipo aritmético, es decir, a tareas cuyos procedimientos de solución solo consideran cálculos aritméticos; en el nivel proto-algebraico 1 se consideran tareas en la que se requiere el procedimiento de reducción a la unidad; el nivel proto-algebraico 2 se asocia a tareas de valor faltante, es decir, tareas en cuya solución se requiere el uso de incógnitas, así como al planteamiento y resolución de ecuaciones que tienen la forma  $Ax = B$ . En el nivel consolidado de algebrización 3 las tareas de proporcionalidad, modelizadas mediante tablas de valores, implican que, para ser resueltas, se utilice la reducción a la unidad en el campo numérico de los racionales positivos ( $Q^+$ ).

De otro lado, con respecto al uso de la hoja de cálculo en situaciones de proporcionalidad, sostendemos que, según el uso que un estudiante le dé, permite identificar rasgos asociados a alguno de los niveles descritos previamente. Por ejemplo, si se cuenta con valores en dos columnas y se quiere establecer la relación que existe al dividir dos valores de una misma fila, se puede proceder de alguna de las siguientes maneras: I) Se realiza la división de cada par de números particulares y se completa la tercera columna con los resultados obtenidos; así como el empleo de la hoja de cálculo como una calculadora que efectúa la operación entre cada pareja de elementos de una misma fila. Véase la Figura 1.

**Figura 1**

*Uso de la hoja de cálculo como tabla estática y como calculadora*

A	B	C	D	E
1	5			
2	6			
4	8			
5	9			
		1/5=0.2		
		2/6=0.333		

A	B	C
1	1	=A1/B1
2	2	=A2/B2
3	4	=A3/B3
4	5	
	9	

II)

Se define la operación para la primera fila, haciendo referencia a la posición de la celda y no al valor numérico que contiene. Luego, se emplea el arrastre para generar los cocientes de las demás filas. Es decir, se define la operación de manera general, tal como se puede observar en la Figura 2.

**Figura 2**

Uso de la herramienta arrastre

The figure shows a Microsoft Excel spreadsheet. The formula bar at the top has the formula  $=A1/B1$ . The cell C1 contains the formula  $=A1/B1$ . The cell C5 contains the value 0.55555556. A green arrow points downwards from C5 to C6, indicating the formula is being copied down the column. The table has columns A, B, C, and D, and rows 1 through 5. The data is as follows:

	A	B	C	D
1	1	5	0.2	
2	2	6	0.333333333	
4	4	8	0.5	
5	5	9	0.55555556	

En el último caso, la celda cumple el rol de variable por lo que resulta una buena aproximación a la noción de variable que se emplea en el álgebra con notación simbólica, tal como propone Artigue (2011). Así, la representación del resultado de una celda como  $A1/B1$  es un paso previo al empleo de una notación simbólica formal como  $x/y$ , que implica no solo uso de incógnitas, sino también de manipulación de dichas variables, rasgo esencial del nivel de razonamiento 3.

Luego, este procedimiento muestra la manipulación de valores generales y operaciones entre ellos, con el objetivo de determinar algún valor faltante en una tabla que, por el contexto de la situación y los valores dados, preserva la proporcionalidad directa. Por lo tanto, su uso nos muestra rasgos de un razonamiento algebraico de nivel 3.

### **Metodología**

El método de investigación empleado fue la ingeniería didáctica, (Godino et al., 2014b). Para lo cual, se consideraron las siguientes fases, tal como se describen a continuación:

#### **a) Análisis preliminar**

En esta fase se realiza una revisión de la literatura acudiendo a varias fuentes de información, como artículos de divulgación científica e investigaciones en Didáctica de las Matemáticas, en relación al objeto matemático en cuestión.

#### **b) Diseño y análisis a priori**

Se diseña una situación didáctica sobre proporcionalidad, en un contexto de mezclas de pinturas, modelizadas mediante tablas de valores y se adaptan tareas abordadas previamente (Tourniaire y Pulos, 1985; Gaita et al., 2023). Para la solución, se prevé el uso de estrategias que luego darán cuenta de la evolución en el razonamiento proporcional de los estudiantes (Obando et al., 2014). Además, se definen variables didácticas las que, al ser modificadas, provocarán un cambio en el conocimiento (Brousseau, 2007). Las variables consideradas en la investigación se refieren a las características de los datos mostrados en la tabla y a los procedimientos que se siguen para resolver la tarea. Estas variables didácticas son las siguientes:

- Variable 1: relación de multiplicidad entre los datos.
- Variable 2: procedimientos de cálculo, como hallar el término faltante en una igualdad de fracciones equivalentes.
- Variable didáctica 3: exhaustividad y orden de los elementos de la tabla.
- Variable didáctica 4: relación entre valores, la cual puede ser de tipo “local” entre parejas de valores consecutivos hasta una relación de tipo “global”, que implique determinar una regla general de formación.
- Variable didáctica 5: campo numérico al que pertenecen los datos y la constante de proporcionalidad.
- Variable didáctica 6: recurso empleado, el cual puede ser lápiz y papel o una hoja de cálculo.

A continuación, se presenta la situación didáctica, formada por dos tareas; para cada una de ellas, se presenta el enunciado, se explicitan los valores que toman las variables didácticas y se describen los comportamientos matemáticos esperados. La naturaleza de la información que se presente en cada tarea debería propiciar que la hoja de cálculo se emplee de manera distinta en cada caso.

### Tarea 1

*La mamá de Juan tiene una ferretería en la cual se realizan matizados de pinturas a pedido del cliente. El día de hoy un cliente hizo un pedido de 20 litros de tono azul que, según los cálculos de la mamá de Juan, resulta de la mezcla de 14 litros de pintura azul y 6 litros de pintura blanca. Juan se pregunta: ¿Cómo debería hacer mi mamá si otro cliente le pide otras cantidades de pintura, pero de la misma tonalidad de azul? Bueno, a Juan se le ocurrió crear la siguiente tabla.*

<b>Blanca(litros)</b>	4	5	6	7	8	9	10	11	275
<b>Azul (litros)</b>			14						

*¿Cómo puedes ayudar a Juan a construir dicha tabla?*

*Indica qué has hecho para completar dicha tabla.*

*Valores que toman las variables didácticas:*

*Variable 1:* Excepto los números 6 y 9, los demás valores que aparecen en la tabla no tienen un factor común.

*Variable 2:* se precisa de cálculos particulares para hallar los valores que faltan en los casilleros; se puede utilizar la hoja de cálculo como una calculadora. El reconocimiento de la regla de formación sugiere la reducción a la unidad.

*Variable 3:* la tabla de valores no es exhaustiva, pues los valores se presentan de manera dispersa y no responden a una regla de formación. Será necesario añadir valores como la unidad.

*Variable 4:* la razón externa es un valor racional positivo ( $\frac{14}{6} = 2,3333 \dots$  ).

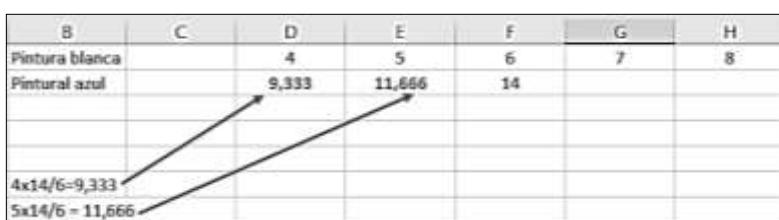
*Variable 5:* racionales positivos ( $\mathbb{Q}^+$ ).

*Variable 6:* se usará la hoja de cálculo como calculadora y se introducirán variables con nombres de celdas.

*Comportamientos matemáticos esperados:* Una posible solución es considerar que las fracciones son equivalentes, tomando como referencia a  $\frac{6}{14}$ , aplicando productos cruzados sin necesidad de llegar a establecer la unidad. La hoja de cálculo puede usarse como una calculadora como se muestra a continuación.

### Figura 3

#### Segunda solución de la tarea de proporcionalidad 1



La tarea también se puede resolver haciendo uso de fórmulas que involucran celdas y empleando el arrastre.

## Tarea 2

Juan está pensando cómo seguir obteniendo tonalidades de azul con diferentes litros de pintura blanca y azul, respectivamente, tal como se muestra en la tabla.

Blanca(litros)	6	21	46	127	356	
Azul (litros)	14				612	

¿Cómo puedes ayudar a Juan a completar dicha tabla?

Indica qué has hecho para completar dicha tabla.

Valores que toman las variables didácticas:

Variable 1: Los valores que aparecen en la tabla no son múltiplos entre sí.

Variable 2: Si bien se pueden realizar cálculos particulares para hallar los valores que faltan en los casilleros, será más eficiente realizar operaciones con las celdas.

Variable 3: la tabla de valores no es exhaustiva y no responden a una regla de formación. Para esta tarea, el reconocimiento de la regla de formación exige, por ejemplo, la estrategia de la reducción a la unidad que generaría el coeficiente de proporcionalidad o considerar fracciones equivalentes para hallar el cuarto término faltante.

Variable 4: la razón externa es un valor racional positivo ( $\frac{14}{6} = 2,3333\dots$ ).

Variable 5: racionales positivos ( $\mathbb{Q}^+$ ).

Variable 6: luego de la identificación del coeficiente de proporcionalidad de forma explícita o implícita, se puede usar la hoja de cálculo con la opción de arrastre.

*Comportamientos matemáticos esperados:* Una solución esperada es el empleo de la técnica del producto cruzado para hallar el faltante, procedimiento que no es otro que el del uso de fracciones equivalentes. Al emplear la hoja de cálculo, se propicia que la técnica se extienda a  $\frac{6}{14} = \frac{21}{x}$ , a través de la referencia a las celdas que contienen los valores conocidos y desconocido:  $\frac{E2}{E3} = \frac{F2}{F3}$ . Esto se representa en la Figura 4.

**Figura 4**

C	E	F	G	H	I	J
Blanca (litros)	6	21	46	127	356	
Azul (litros)	14	=E3*F2/E2				612

Segunda solución de la tarea de proporcionalidad 2

De esa manera, el procedimiento se generaliza, pues será válido sean cuales sean los valores que se ubiquen en las celdas  $E2, E3$  y  $F2$ . Para enfatizar en las características que deben tener los datos que formen parte de una misma tabla de proporcionalidad, el docente podrá solicitar a los estudiantes que completen la tabla con otros valores, no necesariamente enteros.

### c) Implementación

En la implementación de la situación didáctica participaron 23 estudiantes de entre 11 y 12 años de edad, como parte de sus clases de matemáticas. Los alumnos se distribuyeron en dos sesiones y en días

diferentes. En ambas sesiones se desarrollaron una serie de trayectorias didácticas relacionadas con la tarea 1 y 2, tales como: lectura y desarrollo de la tarea; resolución de una ficha de refuerzo; uso de la hoja de cálculo, trabajo grupal de dicha tarea y cierre de la actividad por parte del profesor. Para la recolección y sistematización de los resultados se emplean videogramaciones y listas de cotejo con descriptores relativos a la resolución de las tareas. Los resultados se analizan en el siguiente apartado.

## RESULTADOS

### *Análisis a posteriori: resultados y su discusión*

En las respuestas a las tareas 1 y 2 se observaron diferentes procedimientos de solución, lo que era previsible por la naturaleza de la información que cada una de ellas presentaba. Esto permitió establecer algunas conclusiones en relación a la evolución de los estudiantes en los niveles del RAE.

#### *Resultados de la tarea 1*

**Tabla 1**

#### *Resultados al resolver la tarea 1*

---

Aspecto a considerar	Descriptores	$f_a$	%
<b>Resolución de la tarea</b>	1. Resuelve correctamente la tarea 1	21	91,30
	2. Respondió incorrectamente la tarea 1	2	8,70
<b>Uso de un tipo de lenguaje</b>	3. Mediante un lenguaje numérico, usando Excel como una calculadora aporta información sobre <i>cómo</i> ha construido la tabla	14	60,87
	4. Mediante un lenguaje simbólico, introduce una variable colocando el nombre de las celdas, por ejemplo: B2, C3, etc.	14	60,87
<b>Relación entre los valores</b>	5. Usa símbolos como: *, =, ( ), x, / para operar con ayuda del Excel	22	95,65
	6. Establece la razón 3:7 en una columna o en la justificación (“reducción a un agrupamiento mínimo que hace las veces de unidad en la situación”)	15	65,22
	7. Relaciona los valores de las dos pinturas mediante “razones equivalentes” por medio de la regla de tres simple directa usando las fórmulas de Excel	15	65,22
	8. El valor resultante de 14:6 que es 2.3333... lo multiplica por cada valor de la primera variable para obtener los otros valores de la segunda variable	3	13,04
	9. Para hallar el valor de cada casillero, relaciona los nombres de las celdas en el Excel, por ejemplo: =D1*F2/F1	12	52,17
	10. Para hallar el valor de cada casillero, establece una relación entre números, por ejemplo: =7*4/3	11	47,83
	11. Obtiene mediante el arrastre el resto de valores de la segunda variable, y así constata el valor constante al obtener los valores sucesivos de los cocientes	1	4,35

**Procesos iniciales de generalización**

12. Completa cada columna cuyos cálculos son independientes de las otras columnas	8	34,78
13. El proceso de generalización de tipo "local" al establecer la relación entre algunos valores de la tabla de proporcionalidad	8	34,78
14. Establece una generalización de tipo "global" al completar los valores en la tabla de proporcionalidad a partir de la razón entre una fracción determinada	14	60,87

Según los resultados del descriptor 4 de la tarea 1, más del 60% de los estudiantes han hecho uso de un lenguaje simbólico al emplear el nombre de la celda como variable; este tipo de procedimientos evidencian rasgos de razonamiento algebraico pues, pese a que la celda contenga un valor particular, al operar con el nombre de la celda, el resultado será válido sea cual sea el valor que allí se coloque. Tal como se observa en la Figura 5.

**Figura 5**

*Solución de tarea 1 con la introducción de una variable con el nombre de la celda*

A	B	C	D	E	F	G
Blanco(L)	3	4	5	6	7	8
Azul(L)	7	9.333333333	11.6666667	14	16.33333333	18.6666667

Respecto al descriptor 11 de la tarea 1, se muestra la solución de un estudiante que obtiene los valores faltantes mediante el arrastre, lo que corresponde a un nivel de generalización aún mayor y que corresponden a rasgos de un razonamiento algebraico de mayor nivel. Tal como se observa en la Figura 6.

**Figura 6**

*Ejemplo del descriptor 11 de la tarea 1*

C	D	E	F	G	H	I	J	K	
Blanca	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Azul	7	9.333333333	11.6666667	14	16.33333333	18.6666667	21	23.33333333	25.6666667
6									
14									

Existe una notable diferencia entre las prácticas matemáticas que se llevan a cabo cuando se abordan problemas de proporcionalidad con tablas estáticas (las que se resuelven con lápiz y papel) o con tablas dinámicas (haciendo uso de la hoja de cálculo de Excel). Así, en el primer caso, los estudiantes buscan relacionar los valores faltantes, mediante operaciones con números particulares y esperan encontrar como respuesta números naturales. Tal como señalan Tourniaire y Pulos (1985), cuando mencionan que los estudiantes desarrollan mejor las tareas de proporcionalidad que involucran cantidades discretas, frente a aquellas que sean continuas, como en este problema. Asimismo, el hecho de que la razón de proporcionalidad no sea entera generó que algunos estudiantes hagan uso erróneo de estrategias aditivas o que crearan reglas de formación que no preservaban la proporcionalidad, tal como lo advierten las investigaciones de Block (2006), Block (2021) y Gaita et al. (2023).

*Resultados de la tarea 2*

**Tabla 2**

*Resultados al resolver la tarea 2*

<b>Aspecto a considerar</b>	<b>Descriptores</b>	<i>f<sub>a</sub></i>	<b>%</b>
<b>Resolución de la tarea</b>	1. Resuelve correctamente la tarea 2	33	84,62
	2. Deja en blanco la tarea 2	0	0
	3. Resuelve incorrectamente la tarea 2	2	15,38
<b>Uso de un tipo de lenguaje</b>	4. Mediante lenguaje natural, aporta información sobre <i>cómo</i> ha construido la tabla.	30	76,92
	5. Mediante un lenguaje simbólico, usando Excel como una calculadora aporta información sobre <i>cómo</i> ha construido la tabla	28	71,79
<b>Relación entre los valores</b>	6. Hace uso de alguna variable al momento de establecer las relaciones entre valores, por ejemplo: B2, C5, etc.	26	66,67
	7. Establece la razón 3:7 en una columna o en la justificación (“reducción a un agrupamiento mínimo que hace las veces de unidad en la situación”)	3	7,69
	8. Establece la razón 1:2,333... en una columna o en la justificación (“reducción a la unidad”)	1	2,56
	9. Relaciona los valores de las dos pinturas mediante “razones equivalentes” por medio de la regla de tres simple directa usando las fórmulas de Excel	16	41,03
	10. El valor resultante de 14:6 que es 2.3333... lo multiplica por cada valor de la primera variable para obtener los otros valores de la segunda variable	9	23,08
	11. Para hallar el valor de cada casillero, relaciona los nombres de las celdas en el Excel, por ejemplo: =D1*F2/F1	10	25,64
	12. Para hallar el valor de cada casillero, establece una relación entre números, por ejemplo: =7*4/3	13	33,33
	13. Obtiene mediante el arrastre el resto de valores de la segunda variable, y así constata el valor constante al obtener los valores sucesivos de los cocientes	11	28,21
	14. Completa el casillero en blanco que se encuentra por encima del valor 612, de manera correcta	21	53,85
	15. Completa cada columna cuyos cálculos son independientes de las otras columnas	5	12,82
	16. El proceso de generalización de tipo "local" al establecer la relación entre algunos valores de la tabla de proporcionalidad	15	38,46
<b>Procesos iniciales de generalización</b>			

17. Establece una generalización de tipo "global" al 20 51,28 completar los valores en la tabla de proporcionalidad

Se puede observar que más del 70% de estudiantes emplean más de un lenguaje en la solución de la tarea, tanto natural como simbólico. Además, usan la hoja de cálculo como calculadora para realizar operaciones con números particulares, como se muestra a continuación.

**Figura 7**

*Evidencias de la solución de la tarea 2 en los descriptores 10 y 12*

B	C	D	E	F	G	H	I
Blanca (L.)	6	21	46	127	356	1425.96	
Azul (L.)	14	49	107.333333	296.333333	830.666667	612	

2.333333333 Resultado de: 14/6  
49 Resultado de: 14/6\*21  
107.333333 Resultado de: 14/6\*46  
296.333333 Resultado de: 14/6\*127

Algunos estudiantes han establecido una generalización de tipo "global", al completar los valores en la tabla de proporcionalidad, a partir de la razón entre una fracción determinada. La razón 3:7 no fue tan usada, como en tareas anteriores, ya que, con el manejo de las herramientas del Excel, permitía que se puedan usar otras estrategias para completar las tablas dinámicas. Véase la Figura 8.

**Figura 8**

*Ejemplo de una generalización de tipo global*

B	C	D	E	F	G	H
A	6	21	46	127	356	56
B	14	49	107.333333	296.333333	830.666667	130.666667
A	262.285714	2.14285714	27.4285714	239.571429	9	579.428571
B	612	5	64	559	21	1352
6		2.333333333				
14						

Muchos estudiantes han hallado el valor de cada casillero, relacionando los nombres de las celdas del Excel, por ejemplo:  $=D1*F2/F1$ . Otros han realizado un arrastre erróneo, en el sentido que en algunos estudiantes los valores se repetían en todas las celdas, mientras que a otros estudiantes sí les permitía completar con los valores correctos. Solo un estudiante pudo establecer un "arrastre" que cumplía para cualquier valor que se coloque en la tabla, ya que fijaba el valor, por ejemplo,  $(\$D\$10)$  y servía para el cálculo en las sucesivas celdas.

El campo numérico no ha sido esta vez un problema. Esto último coincide con Gaita et al. (2023), cuando afirman que es posible modelizar la proporcionalidad mediante tablas dinámicas, en este caso fue la hoja de cálculo del Excel. En este sentido, también Araujo (2019) sostiene que la hoja de Excel permite al estudiante reconocer regularidades entre los valores en situaciones de proporcionalidad, así como la visualización de los datos de diferente manera, facilitando la realización de inferencias entre las relaciones entre los valores, así como la explicación de estrategias.

Es importante señalar que las respuestas de los estudiantes, no coinciden, en su totalidad, con los propuestos en el análisis a priori. Entre las coincidencias destacan el uso de lenguaje y la relación encontrada entre valores de ambas variables. Además, comprobamos que el cambio de los valores de las variables didácticas, para esta tarea, permite que los estudiantes evolucionen en el RAE.

## DISCUSIÓN

La inclusión de la hoja de cálculo permite que los estudiantes desarrollen prácticas matemáticas con un mayor nivel de razonamiento algebraico. Se han puesto en evidencia rasgos asociados a diferentes niveles del RAE, los cuales se asocian al uso de números particulares, pasando por generalizaciones del tipo local hasta generalizaciones de tipo global. A ello ha contribuido la manipulación de las herramientas propias de la hoja de cálculo tales como fijar celdas, definir operaciones entre celdas que cumplen el papel de variables, establecer la razón externa y con la herramienta arrastre poder completar toda la tabla.

El uso de la denominación de la celda para realizar operaciones puede ser visto como un tránsito entre la manipulación de valores particulares asociados a números y la manipulación de símbolos propios del álgebra. Asimismo, la hoja de cálculo puede emplearse para generar actividades que promuevan el desarrollo del RAE a partir de la realización de tareas que involucran tablas de proporcionalidad, evolucionando en los lenguajes empleados y en las generalizaciones realizadas.

Finalmente, con una gestión adecuada de las variables didácticas, se pueden generar nuevas situaciones que demanden cada vez mayores niveles de razonamiento algebraico, desde un nivel incipiente de algebrización (RAE 0-1) hasta un nivel consolidado de algebrización (RAE 3), que debe ser característico de la secundaria.

Este trabajo se desarrolló como parte del proyecto CAP PI1029 Razonamiento algebraico elemental generalizado para el desarrollo de las competencias matemáticas del currículo en Educación Secundaria, con el apoyo de la Pontificia Universidad Católica del Perú.

## REFERENCIAS

- Aké, L. y Godino, J. D. (2018). Análisis de tareas de un libro de texto de primaria desde la perspectiva de los niveles de algebrización. *Educación Matemática*, 30(2), 171-201. [https://enfoqueontosemiotico.ugr.es/documentos/Ake&Godino\\_2018.EducacionMatematica.pdf](https://enfoqueontosemiotico.ugr.es/documentos/Ake&Godino_2018.EducacionMatematica.pdf)
- Araujo, R. (2019). *O RACIONCÍNIO PROPORCIONAL E O USO DO EXCEL: Um olhar para a Gênese Instrumental* [Tesis de maestría, Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia]. <https://tede.bc.uepb.edu.br/jspui/handle/tede/3607>
- Artigue, M. (2011). Tecnología y enseñanza de las matemáticas: desarrollo y aportaciones de la aproximación instrumental. *Cuadernos de Investigación en Educación Matemática*, 8, 13-33.
- Blanton, M. L., y Kaput, J. (2003). Developing elementary teachers' "algebra eyes and ears: Understanding Characteristics of Professional Development that Promote Generative and Self-Sustaining Change in Teacher Practice". *Teaching Children Mathematics*, 10, 70-77.
- Blanton, M. L., y Kaput, J. (2005). Characterizing a Classroom Practice That Promotes Algebraic Reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*. 36(5), 412-446. <http://www.jstor.org/stable/30034944>
- Blanton, M.L., y Kaput, J. (2011). Functional Thinking as a Route Into Algebra in the Elementary Grades. In: Cai, J., Knuth, E. (eds) Early Algebraization. Advances in Mathematics Education.

- Springer, Berlin, Heidelberg. [https://doi.org/10.1007/978-3-642-17735-4\\_2](https://doi.org/10.1007/978-3-642-17735-4_2).
- Block, D. (2006). Se cambian fichas por estampas Un estudio didáctico sobre la noción de razón “múltiplo” y su vinculación con la multiplicación de números naturales. *Educación Matemática*, 18(2), 5-36.
- Block, D. (2021). “Los saltos de las ranas”. Estudio de una secuencia didáctica de proporcionalidad, con problemas de comparación de razones, en quinto grado de primaria. *Educación matemática*, 33(2), 115-146. <https://doi.org/10.24844/em3302.05>
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas en matemáticas*. Zorzar
- Burgos, M. & Godino, J. D. (2021). Assessing the epistemic analysis competence of prospective primary school teachers on proportionality tasks. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 20, 367–389. <https://doi.org/10.1007/s10763-020-10143-0>
- Burgos, M. (2020). *Niveles de algebrización en el razonamiento proporcional desde las perspectivas institucional y personal. Implicaciones para la formación de profesores de matemáticas*. (Tesis doctoral). Universidad de Granada. [https://enfoqueontosemiotico.ugr.es/tesis/Tesis\\_MBurgos\\_2020.pdf](https://enfoqueontosemiotico.ugr.es/tesis/Tesis_MBurgos_2020.pdf)
- Burgos, M. y Godino, J.D. (2019). Emergencia de razonamiento proto-algebraico en tareas de proporcionalidad en estudiantes de primaria. *Educación Matemática*, 31(3), 117-150. [https://enfoqueontosemiotico.ugr.es/documentos/Burgos\\_Godino\\_EM2018.pdf](https://enfoqueontosemiotico.ugr.es/documentos/Burgos_Godino_EM2018.pdf)
- Gaita, C., Wilhelmi, M., Ugarte, F. y Gonzales, C. (2023). Indicadores de niveles de razonamiento algebraico elemental en educación primaria en la resolución de tareas de proporcionalidad con tablas de valores. *Educación Matemática*, 35(3), 49-81. <https://doi.org/10.24844/EM3503.02>
- Godino, J. D. Aké, L., Gonzato, M., & Wilhelmi, M. R. (2014a). Niveles de algebrización de la actividad matemática escolar. Implicaciones para la formación de maestros. *Enseñanza de las Ciencias*, 32(1), 199-219. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.965>
- Godino, J. D., Castro, W., Aké, L. y Wilhelmi, M. D. (2012). Naturaleza del razonamiento algebraico elemental. *Boletim de Educação Matemática - BOLEMA*, 26(42B), 483-511. <https://doi.org/10.1590/S0103-636X2012000200005>
- Godino, J.D., Rivas, H., Arteaga, P., Lasa A., y Wilhelmi M.D. (2014b). Ingeniería didáctica basada en el enfoque ontológico – semiótico del conocimiento y de la instrucción matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 34(2-3), 167-200. <https://revue-rdm.com/2014/ingenieria-didactica-basada-en-el/>
- Obando, G., Vasco, C. E. y Arboleda, L. C. (2014). Enseñanza y aprendizaje de la razón, la proporción y la proporcionalidad: un estado del arte. *Relime*, 17(1), 59-81. <https://www.relime.org/index.php/relime/article/view/211>
- Tourniaire, F., y Pulos, S. (1985). Proportional Reasoning: A Review of the Literature. *Educational Studies in Mathematics*, 16(2), 181–204. <http://www.jstor.org/stable/3482345>