

Socialización de experiencias

VII COBISEMAT 2025 – CUSCO

Coloquio Binacional sobre Enseñanza de Matemáticas.
Universidad Nacional San Antonio Abad del Cusco. 9, 10 y 11
de julio de 2025.

Propuesta didáctica para la enseñanza de inecuaciones cuadráticas en el marco funcional

A Didactic Proposal for Teaching Quadratic Inequalities within the Functional Framework

Aarón Juan Huamán Tafur ^{1, a}

Elton Barrantes Requejo ^{2, b}

¹ Instituto de Investigación sobre Enseñanza de las Matemáticas,
Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú

a20214834@pucp.edu.pe

^a ORCID: <https://orcid.org/0009-0001-8327-2495>

² Instituto de Investigación sobre Enseñanza de las Matemáticas,
Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú

ejbarran@pucp.edu.pe

^b ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2668-9032>

Información

Recibido: 15 de julio del 2025

Aceptado: 29 de julio del 2025

Palabras clave:

Inecuaciones, marco algebraico, marco funcional.

Resumen

Diversos trabajos reportan que los estudiantes presentan dificultades al abordar tareas algebraicas con procedimientos estrictamente algebraicos, basados en los axiomas de orden de los reales. En particular, la resolución de inecuaciones cuadráticas en una incógnita suele abordarse a partir de un algoritmo de signos, que no contribuye a la comprensión del objeto de estudio. En este trabajo se explora el efecto que puede tener el uso de GeoGebra como alternativa didáctica para superar las limitaciones en la enseñanza tradicional inecuaciones cuadráticas. Esto se hace a partir del estudio de funciones lineales y cuadráticas, de la articulación de representaciones en los registros gráfico y algebraico, así como del cambio de marcos algebraico al funcional. La confrontación entre la planificación teórica, el desarrollo práctico en el aula y la reflexión final revela que la secuencia didáctica concebida facilitó la aprehensión del método para determinar el conjunto solución de inecuaciones cuadráticas.

Information

Keywords:

Inequalities, algebraic framework, functional framework.

Abstract

Several studies report that students have difficulties when approaching algebraic tasks with strictly algebraic procedures based on the axioms of real numbers. In particular, solving quadratic inequalities with one unknown is usually approached using a sign algorithm, which does not help understand the subject matter. This paper explores the effect that the use of GeoGebra may have as a teaching alternative to overcome the limitations of traditional teaching of quadratic inequalities. This is done by studying linear and quadratic functions, the articulation of representations in graphical and algebraic registers, as well as the shift from algebraic to functional frameworks. The comparison between theoretical planning, practical development in the classroom, and final reflection reveals that the teaching sequence designed facilitated the understanding of the method for determining the solution set of quadratic inequalities.

INTRODUCCIÓN

La comprensión de inecuaciones de segundo grado representa un desafío significativo para estudiantes de quinto año de secundaria, evidenciándose en errores conceptuales y falta de fundamentos matemáticos. Esta situación exige alternativas didácticas innovadoras que superen las limitaciones de la enseñanza tradicional. La resolución de inecuaciones, abordada convencionalmente, se ha convertido en un obstáculo para muchos estudiantes, especialmente en el análisis de valores admisibles en la recta real. Ante la creciente integración tecnológica en la educación matemática, el uso de GeoGebra emerge como

una herramienta prometedora. Su capacidad de representación gráfica ofrece una vía dinámica para la comprensión de este concepto.

Si bien existen propuestas innovadoras para inecuaciones de primer grado en diversos niveles educativos, Alvarenga (1999) señala la falta de actividades centradas en la interpretación gráfica de inecuaciones y sus transformaciones. Boero (1998) cuestiona las limitaciones de las técnicas tradicionales y plantea reflexiones sobre la enseñanza-aprendizaje.

En este contexto, la presente propuesta busca articular los registros de representación de estudiantes de primer año de educación superior, con énfasis en el registro gráfico y la relevancia de los axiomas de orden de los reales. El objetivo es superar las dificultades observadas en la enseñanza tradicional de inecuaciones de segundo grado en la educación secundaria.

MATERIAL Y MÉTODOS

Contexto

La investigación realizada por Barboza (2007) subraya un aspecto crucial en la didáctica de las inecuaciones: la conexión entre la resolución algebraica y la interpretación del conjunto solución, influenciada por las limitaciones del universo numérico y el dominio de las funciones involucradas. Esta perspectiva se alinea con las ideas de otros investigadores que han destacado la importancia de una comprensión conceptual profunda más allá de la mera manipulación de símbolos. La representación gráfica de funciones, como propone Barboza, se inscribe directamente en esta perspectiva, permitiendo a los estudiantes "ver" el conjunto solución de una inecuación como una región en el plano cartesiano o un intervalo en la recta real, conectando así lo algebraico con lo geométrico.

Con esta idea en mente, elaboramos un conjunto de actividades para estudiantes de cuarto y quinto de secundaria. ¿La razón? Necesitábamos estudiantes con conocimiento de previos de funciones lineales y cuadráticas. Estos aprendizajes previos son como los escalones que necesitamos para subir al siguiente nivel. Con el desarrollo de esta actividad pretendemos que los estudiantes no solo aprendan las reglas para resolver inecuaciones cuadráticas, sino que comprendan a fondo por qué funcionan y cómo se relacionan con esas funciones que ya conocen. Además, vamos a explorar y resolver los diferentes tipos de inecuaciones cuadráticas que pueden aparecer.

Relato

La propuesta didáctica se llevó a cabo en 3 sesiones, de una hora y media cada una. Para cada sesión se formaron grupos de trabajo, cada grupo podía tener a los más tres integrantes. Durante las 3 sesiones se llevaron a cabo 7 actividades, las cuales se describen a continuación:

- **Actividad 1:** Calcular el discriminante.
- **Actividad 2:** Expresar una ecuación de segundo grado a la forma " $ax^2 + bx + c = 0$ " y encontrar el discriminante.
- **Actividad 3:** Encontrar la o las soluciones las cuales hacen a la ecuación verdadera.
- **Actividad 4:** Despejar la parte cuadrática " x^2 " de la lineal " $mx + n$ " en las ecuaciones.
- **Actividad 5:** Mediante el cambio de marco, graficar la recta y colorear las secciones solicitadas en el eje x.
- **Actividad 6:** Mediante el cambio de marco, colorear las secciones solicitadas en el eje x.
- **Actividad 7:** Con los resultados de la actividad 8, dar el conjunto solución.

A modo de ejemplo, presentamos una situación problemática donde se plantearon las 8 actividades.

Objetivo: Resolver la inecuación $3x^2 - 3x + 4 > 0$.

- Actividad 1: Calcular el discriminante de la ecuación $x^2 + 5x + 4 = 0$

- Actividad 2: Expresar la ecuación $4x^2 - 4x + 4 = x^2 + 2x - 1$ en la forma $ax^2 + bx + c = 0$ y encontrar el discriminante.
- Actividad 3: Resolver la ecuación: $3x^2 - 3x + 5 = 0$
- Actividad 4: En la ecuación $3x^2 - 3x + 5 = 0$, despejar la parte cuadrática x^2 de parte la lineal $mx + n$.
- Actividad 5: Graficar las funciones $f(x) = x^2$ y $g(x) = mx + n$ obtenidas de la actividad 4
- Actividad 6: Colorear de color azul las proyecciones de los interceptos de ambas gráficas sobre el eje x , de color verde los valores de x que hagan que $g(x)$ sea mayor que $f(x)$ y de color rojo los valores de x que hagan que $f(x)$ sea mayor que $g(x)$.
- Actividad 7: Resolver la inecuación $3x^2 - 3x + 5 > 0$

Se optó por realizar las actividades en cuadernillos donde se dividió en 3 actividades por sesión dirigidas por el profesor el cual dio instrucciones y ejemplos de cómo se debía trabajar previo a cada actividad.

RESULTADOS

La implementación de la propuesta didáctica sobre inecuaciones cuadráticas arrojó resultados mixtos pero valiosos. Durante la etapa de implementación, se constató que una proporción importante de los estudiantes demostró una comprensión activa de los conceptos, manifestada en la aplicación de diversos tratamientos algebraicos y en la capacidad de establecer conversiones significativas entre las representaciones simbólica y gráfica. No obstante, se identificaron algunas áreas donde la comprensión no fue completamente homogénea, lo que señala la necesidad de refinar ciertos aspectos de la propuesta didáctica para abordar las diversas necesidades de aprendizaje.

A continuación, analizamos los resultados de cada actividad.

Actividad 1:

La mayoría comprendió rápidamente la consigna, y quienes no lo hicieron, pudieron avanzar sin dificultad tras la explicación. La actividad fue en general sencilla, aunque los casos particulares ($b = 0$ y/o $c = 0$) generaron algo de incertidumbre. Se detectaron errores de cálculo por mal uso de la calculadora o confusión con los coeficientes.

Actividad 2:

Pocos estudiantes identificaron de inmediato lo que debían hacer, pero tras la explicación, la actividad se desarrolló con normalidad. Las dificultades se centraron en los casos particulares ($b = 0$ y/o $c = 0$) y errores de cálculo similares a los de la actividad anterior.

Actividad 3:

Tampoco se reconoció la consigna inicialmente, pero la explicación permitió avanzar. Surgieron dudas con el caso $b = 0$ y cuando las soluciones eran iguales o no reales, lo que será relevante para futuras actividades. Persistieron errores de cálculo con los coeficientes.

Actividad 4:

La mayoría entendió rápidamente la actividad. La dificultad principal apareció en el último ítem, al enfrentar una variable al cuadrado igual a un número negativo. Hubo errores de signo al despejar.

Actividad 5:

La consigna no fue clara al principio, pero tras la explicación, se avanzó con normalidad. Hubo dificultades al graficar cortes fraccionarios por problemas con la conversión y ubicación de fracciones y decimales en el plano cartesiano.

Actividad 6:

Pocos comprendieron la consigna al inicio, pero lograron avanzar tras la explicación. Las mayores dificultades fueron con los intervalos de un solo punto o abiertos, especialmente en los casos IV y V, incluyendo errores en el uso de corchetes y llaves.

Actividad 7:

Muchos reconocieron la consigna de inmediato. Surgieron dudas con los puntos abiertos y la selección del intervalo correcto, especialmente debido a errores arrastrados desde la actividad 6. Se evidenció una alta cantidad de errores relacionados con el tipo de intervalo.

REFERENCIAS

- Barbosa, K. (2003). La enseñanza de las inecuaciones desde el punto de vista de la teoría APOE. RELIME. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 6(3), 199–220. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2092570>
- Barbosa, K. (2006). *Inecuaciones: un análisis de las construcciones mentales de estudiantes universitarios* [Tesis doctoral, Instituto Politécnico Nacional]. <https://www.repositoriodigital.ipn.mx/bitstream/123456789/11391/1/barbosa.pdf>
- Boero, P. (2001). Transformation and anticipation as key processes in algebraic problem solving. En R. Sutherland, T. Rojano, A. Bell, & R. Lins (Eds.), *Perspectives on School Algebra* (pp. 99–118). Springer.