

Artículo original

Los significados de fracción presentes en una colección de libros de matemática de educación básica regular peruana

The Meanings of Fraction Present in a Collection of Peruvian Primary Education Mathematics Textbooks

Madeleiny Enciso Guerra ^{1, a}

Francisco Javier Ugarte Guerra ^{2, b}

¹ Instituto de Investigación sobre Enseñanza de las Matemáticas,
Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú

a20102958@pucp.edu.pe

² Instituto de Investigación sobre Enseñanza de las Matemáticas,
Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú

fugarte@pucp.edu.pe

^b ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8658-9471>

Información

Recibido: 2 de marzo del 2025

Aceptado: 10 de julio del 2025

Palabras clave:

Fracciones,
significados, TAD.

Information

Keywords:

Fractions, meanings,
Anthropological Theory
of Didactics.

Resumen

La investigación analiza los significados de las fracciones en libros de texto peruanos de 4° de primaria a 2° de secundaria, usando la Teoría Antropológica de lo Didáctico y un Modelo Epistemológico de Referencia basado en estudios previos. Se construyó una Organización Matemática de la colección de libros y se evaluó su completitud con los siete indicadores de Fonseca (2004), concluyendo que la organización es solo parcialmente completa. Se identificó que el significado de fracción como parte-todo predomina en las actividades propuestas, dificultando la comprensión de otros significados como medida, operador, razón y cociente. Por ello, se recomienda enfatizar en estos otros significados y diseñar actividades que los aborden, aprovechando herramientas como las TIC para mejorar el aprendizaje de las fracciones, ya que la preponderancia del enfoque parte-todo limita el desarrollo de una comprensión más amplia y profunda de las fracciones.

Abstract

This research analyzes the meanings of fractions in Peruvian textbooks from 4th grade of elementary school to 2nd grade of secondary school, using the Anthropological Theory of Didactics and an Epistemological Reference Model based on previous studies. A mathematical organization of the book collection was constructed, and its completeness was evaluated using the seven indicators of Fonseca (2004), concluding that the organization is only partially complete. It was identified that the meaning of fraction as part-whole is predominant in the proposed activities, making it difficult to understand other meanings such as measure, operator, ratio, and quotient. Therefore, the recommendation is to emphasize these other meanings and design activities that address them, taking advantage of tools such as ICTs to improve fractions learning, since the preponderance of the part-whole approach limits the development of a broader and deeper understanding of fractions.

INTRODUCCIÓN

Las fracciones son un conocimiento básico importante en la educación básica regular peruana, como lo indica el Currículo Nacional de Educación Básica. Sin embargo, muchos estudiantes tienen dificultades para resolver problemas con fracciones donde, por ejemplo, se limitan a realizar cálculos aritméticos sin una comprensión profunda de sus diferentes significados. Por ello, el estudio se propone, basándose en la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), identificar las Organizaciones Matemáticas de los libros de 4to de primaria a 2do de secundaria del MINEDU y determinar el Modelo Epistemológico Dominante (MED).

Investigaciones iniciadas por Kieren y continuadas por Behr et al. (1983) y Freudenthal (1983) desde los años ochenta, han establecido que el constructo de números racionales y números fraccionarios se compone de varios subconstructos: parte-todo, medida, razón, cociente y operador, siendo parte-todo la base para los demás. En el presente siglo, este interés persiste, especialmente en el subconstructo parte-

todo. Estudios recientes en Perú (Hurtado, 2015; Gonzales, 2017 y Quispe, 2018 y) y Brasil (Scheffer y Belford, 2019) analizan cómo los libros de texto abordan estos significados, a menudo priorizando el significado parte-todo, lo que puede limitar la comprensión de los otros significados de las fracciones. Por otro lado, Ávila (2019) examina currículos mexicanos, señalando la expansión del significado de fracciones en el enfoque constructivista de 1993, aunque con una falta de formalización de conceptos.

Es así que, nos planteamos como objetivo general: Identificar las Organizaciones Matemáticas, de acuerdo con la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), en una colección de libros del 4to grado de primaria al 2do grado de secundaria, del Ministerio de Educación (MINEDU), y a partir de ello determinar el Modelo Epistemológico Dominante (MED) y, como objetivos específicos:

- Relacionar los significados de fracción con las situaciones problemáticas presentes en los libros, en qué medida aparecen, la importancia, la presencia, la necesidad de estos significados de fracción para la resolución de las situaciones propuestas en la colección de los libros de Matemática seleccionados.
- Utilizar los criterios de completitud de Fonseca (2004) para analizar el grado de completitud de las organizaciones matemáticas construidas, y mencionar las características del modelo epistemológico dominante.
- Establecer si se privilegia uno o más significados de las fracciones en la colección de libros de Matemática seleccionados. En concordancia con lo que muestran los antecedentes.

A pesar de la importancia que tienen las fracciones en la educación básica, persisten grandes dificultades en su enseñanza y comprensión, especialmente en relación con sus diversos significados (parte-todo, medida, cociente, razón y operador) (Gomez y Chitiva, 2018). Investigaciones como las de (Silva (2005), Gonzales (2017), Quispe (2018), Scheffer y Belford (2019), Ávila (2019), Arenas y Rodríguez (2021)) muestran la preponderancia del significado parte-todo en los materiales educativos, lo cual puede limitar una comprensión más profunda.

Estudios como los de Siegler et al. (2012) y Mou et al. (2016) demuestran que un conocimiento deficiente de las fracciones y divisiones en primaria predice problemas futuros con el álgebra en secundaria, llevando a la memorización en lugar de la comprensión. Obersteiner et al. (2019) añaden que la automatización del trabajo con números naturales puede interferir con el razonamiento sobre números racionales, sugiriendo un mayor enfoque en los conceptos básicos que en los procedimientos.

En el contexto peruano, las fracciones son un conocimiento básico crucial desde el 4to grado de primaria, según el Currículo Nacional de Educación Básica. Por ello, es esencial investigar los significados de las fracciones presentados en los libros de texto gratuitos del MINEDU, ya que estos son hasta el momento el principal recurso para los estudiantes, dadas las notables limitaciones de acceso a la tecnología en las instituciones educativas estatales. Analizar su contenido es vital para una enseñanza efectiva de las fracciones.

MATERIAL Y MÉTODOS

La investigación emplea una metodología cualitativa y bibliográfica. La investigación cualitativa se realiza al analizar el discurso matemático presente en los libros de texto del MINEDU, considerándolos un puente de comunicación educativa con el objetivo de identificar las Organizaciones Matemáticas de los libros de 4to de primaria a 2do de secundaria, dentro del marco de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD). La investigación bibliográfica se realiza al usar un modelo de análisis de materiales didácticos descrito por Almouloud (2015), basado en la TAD, para analizar los contenidos de estos libros.

El análisis praxeológico basado en la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) de Almouloud (2015) para estudiar los libros presenta los siguientes procedimientos metodológicos:

- **Identificación de tipos de tareas:** Se analizaron las actividades y problemas de los libros, agrupándolos según el significado de la fracción que abordaban.

- **Identificación de técnicas:** Se caracterizaron los procedimientos y métodos usados para resolver dichas tareas, basándose en los ejercicios resueltos o el análisis matemático de las situaciones.
- **Identificación de tecnologías-teorías:** Dado que la justificación explícita (tecnología) no estaba presente en los libros, se construyó una técnica-teoría coherente con los estándares y desempeños del Currículo Nacional de Educación Básica y las aclaraciones teóricas incluidas, solo en algunos casos, en los propios libros. Este enfoque vincula el análisis del contenido del libro con el contexto curricular.

La Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) de Chevallard (1999) es un marco que analiza la enseñanza y el aprendizaje desde una perspectiva sociocultural. Entre sus principales componentes están:

- **Praxeología Didáctica:** Describe las prácticas, incluyendo las tareas (T) y las técnicas (τ) para resolverlas. También abarca el bloque teórico: la tecnología (θ) que justifica las técnicas, y la teoría (Θ) que organiza el conocimiento.
- **Actividad Matemática como Actividad Humana:** La TAD considera la matemática como una actividad social y culturalmente contextualizada, no aislada.
- **Institucionalización del Saber:** Destaca el rol de las instituciones (educativas, sociales) en la legitimación y transmisión del conocimiento.
- **Cambio y Adaptación del Conocimiento:** Sostiene que el conocimiento evoluciona y se reconfigura constantemente al ser enseñado y aprendido en distintos contextos.
- **Modelo de la Praxeología u Organización Matemática:** Es la herramienta clave para analizar cómo se estructura el conocimiento en cualquier actividad humana regular, incluyendo la matemática.

Según la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) de Chevallard (1999), las organizaciones matemáticas (OM) se clasifican en dos tipos:

- **Organizaciones Matemáticas Locales (OML):** Son estructuras de conocimiento específicas, centradas en la resolución de un tipo particular de tarea. Incluyen los cuatro componentes de una praxeología: tareas, técnicas, tecnologías y teorías, formando una unidad coherente.
- **Organizaciones Matemáticas Regionales (OMR):** Son estructuras más amplias que integran varias OML bajo una misma teoría o múltiples tecnologías.

Fonseca (2004) propone siete indicadores de completitud para las OML, que permiten evaluar su grado de integración y la riqueza de su construcción. Estos incluyen la integración de tipos de tareas, la existencia de diferentes técnicas y criterios para su elección, la independencia de objetos ostensivos, la presencia de tareas y técnicas inversas, la interpretación del funcionamiento de las técnicas, la existencia de tareas "abiertas" y la integración de elementos tecnológicos con incidencia en la práctica.

Gascón (2014) introduce tres modelos epistemológicos clave para analizar la transmisión del conocimiento matemático en la enseñanza:

- **Modelo Epistemológico de Referencia (MER):** Representa el conocimiento matemático desde una perspectiva científica o académica ideal, rigurosa y teórica. Sirve como un "ideal" que guía la enseñanza, aunque rara vez se implementa completamente en el aula. En esta investigación, el MER se basa en la propuesta de Quispe (2018) que está asociado a los significados de las fracciones.
- **Modelo Epistemológico Dominante (MED):** Refleja cómo el conocimiento se presenta y enseña realmente en el contexto educativo, es decir, las adaptaciones y simplificaciones que sufre el conocimiento académico para su uso en el aula. Permite analizar las prácticas didácticas concretas y sus posibles desviaciones del MER. Nuestra investigación busca describir el MED de las fracciones en los libros seleccionados.

Estos modelos son cruciales para entender cómo se organiza y transmite el conocimiento en la educación matemática, permitiendo identificar diferencias entre el conocimiento ideal, el conocimiento enseñado y las posibles alternativas.

La TAD ofrece un marco integral para analizar y mejorar los procesos educativos, considerando los aspectos históricos, culturales y sociales de la didáctica.

RESULTADOS

Construiremos una Organización Matemática (OM) para cada libro de Matemática (4to de primaria a 2do de secundaria), centrándonos en los seis significados asociados a las fracciones definidos en el Modelo Epistemológico de Referencia (MER). Cada OM detallará el tipo de tarea (ligado a un significado de fracción), presentará una tarea representativa, su técnica de resolución y el sustento tecnológico. Este proceso se repetirá para todos los tipos de tareas en cada libro, permitiendo finalmente la construcción de una OM para toda la colección de libros para analizar su grado de completitud.

Tabla 1

Tipos de tareas y significados con los que se asocian

Tipo de tarea (T_i)	Significado asociado
T_1 : Dividir el todo en partes iguales y tomar alguna de ellas.	Fracción como relación parte – todo
T_2 : Medir un objeto de una, dos o tres dimensiones usando submúltiplos de la unidad.	Fracción como medida
T_3 : Transformar cantidades por la acción de operadores fraccionarios.	Fracción como operador
T_4 : Dividir una cantidad entera entre otra de forma equitativa.	Fracción como cociente
T_5 : Comparar dos magnitudes.	Fracción como razón
T_6 : Expresar un número racional en su forma fraccionaria como una expresión decimal y viceversa.	La representación decimal como una extensión de la escritura fraccionaria.

Nota. Basada en datos de “Análisis de una organización matemática sobre los significados asociados a las fracciones en una colección de cuadernos de trabajo de educación básica”, por Mariela Quispe, 2018, Pontificia Universidad Católica del Perú.

Los libros seleccionados son los libros Cuadernillos de Matemática 4, 5 y 6 (nivel primario), y los libros Fichas de Matemática 1 y 2 (nivel secundario). Estos libros, introducen las fracciones unitarias en 4to grado y progresan hacia fracciones equivalentes, fracciones impropias, operaciones con fracciones (homogéneas y heterogéneas), fracciones como operador, decimales y porcentajes en grados posteriores. Las técnicas se describen de forma general, y el discurso tecnológico-teórico, pocas a veces explícito en los libros, se complementará con referencias al currículo nacional de educación básica cuando sea necesario.

Organización Matemática de los libros seleccionados

A continuación, presentamos nuestros hallazgos respecto a los tipos de tarea, tareas, técnicas y tecnologías encontrados en los libros.

Tabla 2
Organización Matemática para la Colección de los libros (OMCL) seleccionados

	Tipo de tarea	Tarea	Técnica	Tecnología	Cantidad de problemas
4to grado de Primaria	T_1	$t_{1,1}$	$\hat{\theta}_1$	θ_1	3
		$t_{1,2}$			1
		$t_{1,3}$	$\hat{\theta}_1$	θ_1	1
		$t_{1,4}$	$\hat{\theta}_1$ y $\hat{\theta}_2$	θ_1 y θ_2	3
		$t_{1,5}$	$\hat{\theta}_1$ y $\hat{\theta}_3$	θ_3	3
		$t_{1,6}$	$\hat{\theta}_1$	θ_1	1
		$t_{1,7}$	$\hat{\theta}_1$, $\hat{\theta}_2$ y $\hat{\theta}_4$	θ_4	11
		$t_{1,8}$	$\hat{\theta}_2$ y $\hat{\theta}_5$	θ_4	1
	T_2	$t_{2,1}$	$\hat{\theta}_6$	θ_1 y θ_5	4
		$t_{2,2}$	$\hat{\theta}_2$	θ_2	1
Total	2 tipos de tarea	10 tareas	6 técnicas	5 tecnologías	29 problemas
	Tipo de tarea	Tarea	Técnica	Tecnología – teoría	Cantidad de problemas
5to grado de Primaria	T_1	$t_{1,9}$	$\hat{\theta}_7$	θ_1	1
		$t_{1,10}$	$\hat{\theta}_8$	θ_1	1
		$t_{1,11}$	$\hat{\theta}_1$, $\hat{\theta}_2$ y $\hat{\theta}_9$	θ_4	11
	T_2	$t_{2,3}$	$\hat{\theta}_2$	θ_2	3
		$t_{2,4}$	$\hat{\theta}_2$	θ_3	8
	T_3	$t_{3,1}$	$\hat{\theta}_{11}$ y $\hat{\theta}_{12}$	θ_1 y θ_6	10
		$t_{3,2}$	$\hat{\theta}_{11}$ y $\hat{\theta}_{13}$	θ_7	5
	T_6	$t_{6,1}$	$\hat{\theta}_{14}$ y $\hat{\theta}_{15}$	θ_2 y θ_8	4
		$t_{6,2}$	$\hat{\theta}_{16}$	θ_9	8
Total	4 tipos de tarea	9 tareas	10 técnicas	8 tecnologías	51 problemas
	Tipo de tarea	Tarea	Técnica	Tecnología - teoría	Cantidad de problemas
6to grado de Primaria	T_2	$t_{2,5}$	$\hat{\theta}_2$ y $\hat{\theta}_{17}$	θ_2	4
	T_4	$t_{4,1}$	$\hat{\theta}_{18}$ y $\hat{\theta}_{19}$		3
		$t_{4,2}$	$\hat{\theta}_{19}$	θ_1	2
		$t_{4,3}$	$\hat{\theta}_{20}$		1
	T_5	$t_{5,1}$	$\hat{\theta}_{21}$	θ_{11}	5
		$t_{5,2}$	$\hat{\theta}_{22}$	θ_{11}	8
		$t_{5,3}$	$\hat{\theta}_1$	θ_{12}	3
	T_6	$t_{6,1}$	$\hat{\theta}_{23}$	θ_2 y θ_8	4
		$t_{6,3}$	$\hat{\theta}_{24}$	θ_9	3
Total	4 tipos de tarea	9 tareas	10 técnicas	6 tecnologías	33 problemas

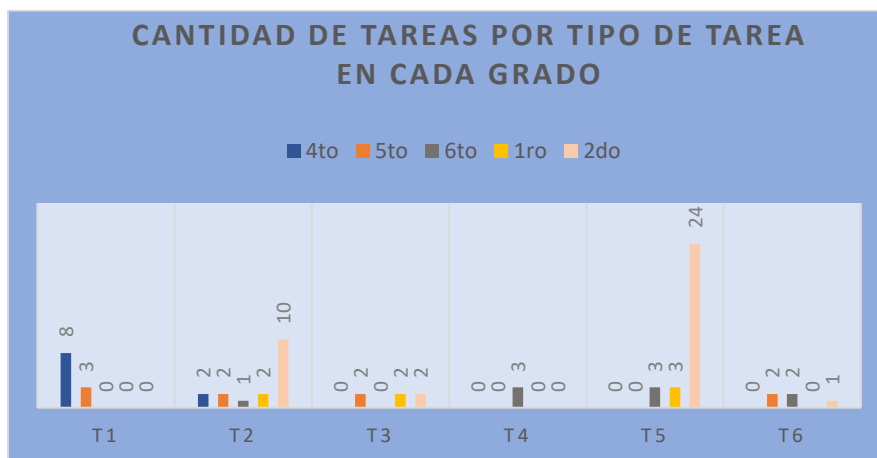
	Tipo de tarea	Tarea	Técnica	Tecnología – teoría	Cantidad de problemas
1er grado de Secundaria	T_2	$t_{2,4}$	\hat{o}_{25}	θ_3	1
		$t_{2,6}$	\hat{o}_{26}, \hat{o}_9 y \hat{o}_{27}	θ_4	8
	T_3	$t_{3,1}$	\hat{o}_{11} y \hat{o}_{28}	θ_6	2
		$t_{3,2}$	\hat{o}_{11} y \hat{o}_{29}	θ_1 y θ_5	4
	T_5	$t_{5,4}$	\hat{o}_{30}	θ_{11}	1
		$t_{5,5}$	\hat{o}_{31}	θ_{11}	5
		$t_{5,3}$	\hat{o}_1	θ_{12}	12
Total	3 tipos de tarea	7 tareas	10 técnicas	7 tecnologías	33 problemas
	Tipo de tarea	Tarea	Técnica	Tecnología – teoría	Número de problema y ubicación
2do grado de Secundaria	T_2	$t_{2,4}$	\hat{o}_{32} y \hat{o}_2	θ_3	4
		$t_{2,6}$	\hat{o}_{26} y \hat{o}_{34}	θ_4	4
		$t_{2,7}$	\hat{o}_{35}	θ_{13} y θ_4	2
	T_3	$t_{3,3}$	\hat{o}_{36}	θ_5	2
	T_5	$t_{5,2}$	$\hat{o}_{22}, \hat{o}_{37}$ y \hat{o}_{38}	θ_{11}	12
		$t_{5,3}$	\hat{o}_1	θ_{12}	11
		$t_{5,7}$	\hat{o}_{38}	θ_{11}	1
	T_6	$t_{6,4}$	\hat{o}_{40}	θ_{12}	1
Total	4 tipos de tarea	8 tareas	11 técnicas	6 tecnologías	37 problemas

Nota. Elaboración propia.

La figura 1 muestra el comportamiento de cómo cada tipo de tarea (T_i) aparece y desaparece en los libros seleccionados desde el 4to grado de primaria hasta el 2do grado de secundaria.

El libro Cuadernillo de Matemática 4 (MINEDU, 2023a) de 4to grado de primaria se enfoca principalmente en tareas con contexto extramatemático (problemas de la vida real) que utilizan fracciones propias, priorizando el saber-hacer. Aunque carece de un texto escolar explícito con sustento teórico, la investigación aplicó análisis matemático para fundamentar sus técnicas.

Esta obra constituye una Organización Matemática Local (OML), presentando dos tipos de tareas apoyadas por cinco tecnologías sobre fracciones (parte-todo, adición/sustracción, equivalencia, comparación, multiplicación/división de números naturales) (Barragán y Murillo, 2018). Aunque el currículo no incluye explícitamente la fracción como medida para este grado, el análisis reveló que ciertas tareas de parte-todo insinúan este significado, y dos tareas específicas lo abordan directamente. También se encontraron indicios del significado de fracción como operador.

Figura 1*Comportamiento de cómo aparecen los tipos de tarea por grado*

Fuente: Elaboración propia.

El "Cuadernillo de Matemática 5" (MINEDU, 2023b) de 5to grado de primaria se caracteriza por su enfoque predominante en tareas extramatemáticas (problemas de la vida real), al igual que el cuadernillo de 4to grado. Introduce fracciones impropias y, a diferencia del anterior, comienza a priorizar el "saber" sobre el "saber-hacer" mediante un discurso tecnológico que acompaña las técnicas, como en la multiplicación de fracciones. Este libro conforma una Organización Matemática Local (OML), con cuatro tipos de tareas que se apoyan en ocho tecnologías. Estas tecnologías abarcan desde la concepción de fracción como parte-todo y la definición de fracciones equivalentes, hasta la comparación, adición, sustracción y multiplicación de fracciones, así como operaciones y conversiones entre fracciones decimales y números decimales.

A pesar de que el Programa Curricular de Educación Primaria no lo contempla explícitamente para 5to grado, el significado de fracción como medida se evidencia en diversas tareas del libro, especialmente a través del uso de técnicas gráficas con regletas de fracciones. El "Cuadernillo de Matemática 6" (MINEDU, 2023c) prioriza el saber-hacer, evidente en las técnicas gráficas detalladas paso a paso, mientras que el saber (sustento tecnológico) es escaso y a menudo nulo, apareciendo solo en algunos cuadros de texto. Este libro marca una transición de técnicas gráficas a métodos operativos/algorítmicos, buscando mayor eficiencia. Los significados de fracción enfatizados son medida, cociente, razón y la conversión de fracción decimal a número decimal (tipos de tarea T_2 , T_4 , T_5 y T_6), todos conectados a través del significado de parte-todo, lo cual influye en las técnicas utilizadas.

El libro "Fichas de Matemática 1" (MINEDU, 2023d) para 1er grado de secundaria, aunque muestra todavía un fuerte énfasis en el saber-hacer (con técnicas gráficas y operativas), busca una transición hacia el saber (discurso tecnológico), aunque de forma no tan explícita. Predominan los significados de fracción como medida, operador y razón, los cuales se vinculan al significado de parte-todo a través de las técnicas gráficas empleadas.

Sin embargo, el análisis revela que el libro cumple solo parcialmente con los desempeños del Programa Curricular de Educación Secundaria (2017c) para 1er grado. Faltan tareas que aborden decimales, la relación entre fracciones y decimales, porcentajes, y el significado de los signos positivo y negativo en los números racionales, lo que indica una falta de propuesta didáctica para la formalización del conjunto de los números racionales.

En función del análisis realizado y la tabla precedente observamos que, la Organización Matemática (OM) del libro Fichas de Matemática 2 (MINEDU, 2023e), al igual que el libro que le precede, plantea la mayoría de las tareas con rastros del saber-hacer, busca dar prioridad al saber, pero no de manera tan explícita porque aún se observa, como en el nivel primaria, muchos rasgos del saber-hacer. Esto se evidencia en los ejemplos representativos de las tareas que van acompañadas de una técnica gráfica a la par de técnicas operativas que, a su vez, presentan rasgos de un discurso tecnológico.

En lo que respecta a los significados asociados a una fracción que encontramos en este libro, prevalecen los significados: medida, operador, razón y la representación decimal como una extensión de la escritura fraccionaria, a través de los tipos de tarea *T2*, *T3*, *T5* y *T6*, respectivamente, estos a su vez se relacionan con el significado de fracción como relación parte – todo que se manifiesta explícitamente en las técnicas gráficas propuestas en dicho libro.

A la luz de los resultados del análisis realizado en este libro, contrastamos estos resultados con lo que menciona el Programa Curricular de Educación Secundaria (2017c) en el área de Matemática en la Competencia: Resuelve problemas de cantidad, en los desempeños del segundo grado de secundaria donde menciona que al culminar el segundo año de secundaria, es decir, culmina con el VI Ciclo de su educación Básica Regular (EBR), el estudiante alcanza niveles de competencia como los siguientes: Resuelve problemas referidos a las relaciones entre cantidades o magnitudes, traduciéndolas a expresiones numéricas y operativas con números racionales, aumentos y descuentos porcentuales sucesivos. Expresa su comprensión de la relación entre los órdenes del sistema de numeración decimal con las potencias de base diez, y entre las operaciones con números racionales. Representa relaciones de equivalencia entre expresiones decimales, fraccionarias y porcentuales. Selecciona, emplea y combina recursos, estrategias, procedimientos, y propiedades de las operaciones y de los números para estimar o calcular con racionales. Plantea afirmaciones sobre los números racionales, sus propiedades y relaciones.

Es así como, podemos mencionar que, el conjunto de tareas que plantea el libro obedece a lo que señala el Programa Curricular de Educación Secundaria (2017c) solo de forma parcial, quedando pendiente el planteamiento de tareas que involucren a los racionales, su formalización, la relación entre expresiones fraccionarias y decimales, sus propiedades, el significado del signo positivo y negativo de racionales. Este hecho también refleja la falta de una propuesta didáctica, por parte del libro, con tareas que lleven a la formalización del conjunto de los números racionales.

DISCUSIÓN

La colección de libros de Primaria analizada (Cuadernillos de Matemática) presenta tecnologías implícitas en las Organizaciones Matemáticas Locales (OML), priorizando el "saber-hacer" sobre el "saber" formal. Sin embargo, en los libros de secundaria (Fichas de Matemática), ya se observan rastros de un discurso tecnológico-teórico más explícito.

Basado en los siete indicadores de completitud de Fonseca para las OML, la Organización Matemática de la Colección (OMCL) se considera relativamente completa, ya que cumple parcialmente con cinco de estos indicadores, a pesar de la incipiente presencia de la tecnología en primaria.

El Modelo Epistemológico Dominante (MED) en la colección de libros analizada refleja que el significado de fracción como parte-todo es central, relacionándose con los demás (medida, operador, cociente, razón y representación decimal). Esto coincide con hallazgos previos de Quispe (2018), sugiriendo su poca evolución didáctica.

Se observa una carencia de la recta numérica en tareas de "fracción como medida", a pesar de sus beneficios pedagógicos. También hay una ausencia de técnicas gráficas para el significado de "operador" que representen ampliaciones/reducciones de figuras.

El MED se caracteriza por la abundancia de técnicas gráficas sobre las operativas, incluso en grados superiores (5to y 6to de primaria, 1ro de secundaria), donde las técnicas operativas deberían predominar para afrontar mayor demanda cognitiva.

Aunque los libros de secundaria conectan la fracción como razón con la proporcionalidad y probabilidades, esta vinculación es deficiente en primaria, lo que podría dificultar la asimilación de este significado. Además, la mayoría de las tareas se dan en contextos extramatemáticos y usan figuras geométricas estereotipadas, limitando la comprensión de conceptos más abstractos en secundaria.

Los libros de secundaria (Fichas de Matemática 1 y 2) no muestran una transición clara hacia la formalización de los números racionales ni incluyen tareas con números decimales, lo cual no concuerda con los desempeños esperados por el Programa Curricular de Educación Secundaria (2016) para 2do

grado. Esto sugiere que el MED actual, si bien integra el significado parte-todo, tiene limitaciones significativas en el desarrollo de otros significados y la formalización de los números racionales.

Conclusiones

La Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) facilitó el análisis de la Organización Matemática (OM) de los libros seleccionados y construir la OM de la colección. Se encontró que el significado de fracción como parte-todo es predominante, especialmente en 4to y 5to de primaria, lo que coincide con investigaciones previas.

Aunque se identificaron los seis significados de fracción del Modelo Epistemológico de Referencia (MER) a lo largo de los grados, hubo inconsistencias entre el contenido de los libros y las expectativas curriculares en primaria y secundaria. El inicio del estudio de fracciones se limita a fracciones propias, restringiendo la comprensión de los otros significados, y los libros de secundaria no abordan la formalización de los números racionales, a pesar de la importancia que se señala en el currículo.

Además, las tareas sobre "fracción como medida" carecen del uso de la recta numérica para la formalización de conceptos. La mayoría de las tareas contextualizadas usan figuras estereotipadas, lo que podría limitar la comprensión de conceptos más abstractos de números racionales. Se detectó una ausencia de actividades con recursos TIC, perdiendo una oportunidad para mejorar la enseñanza. Es así como coincidimos con Ávila (2019) cuando menciona que la debilidad de las nuevas propuestas curriculares es la escasa formalización de los conceptos que se buscan comunicar. Por otra parte, dejamos abierta la posibilidad de continuar con el estudio de los significados de fracción enfocado en el nivel de comprensión conceptual alcanzado por los estudiantes en el último ciclo de sus estudios de Educación Básica Regular (EBR).

REFERENCIAS

- Almouloud, S. (2015). Teoría antropológica de lo didáctico: metodología de análisis de materiales didácticos. *Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 42, 9-34. Recuperado de <https://goo.gl/n4GTNs>
- Arenas-Peñaloza, J. y Rodríguez-Vásquez, F. (2021). Enseñanza y aprendizaje del concepto fracción en la educación primaria: estado del arte. *Cultura, Educación y Sociedad*, 12(2), 49-64. Recuperado de <http://dx.doi.org/10.17981/cultedusoc.12.2.2021.03>
- Ávila Storer, A. (2019). Significados, representaciones y lenguaje: las fracciones en tres generaciones de libros de texto para primaria. *Educación Matemática*, 31(2), 22-39. Recuperado de <https://doi.org/10.24844/em3102.02>
- Barragán, L. O. y Murillo, M. A. (2018). *Secuencia didáctica para la enseñanza y aprendizaje de los números racionales*. Tesis de maestría en Educación. Universidad del Tolima, Colombia. Recuperado de <https://repository.ut.edu.co/entities/publication/0551a01b-0f5a-49dc-9acb-fcd80d9c1ee7>
- Behr, M., Lesh, R., Post, T., & Silver E. (1983). Rational Number Concepts. Recuperado de http://www.cehd.umn.edu/ci/rationalnumberproject/83_1.html
- Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), pp. 221-266. Recuperado de <https://www.researchgate.net/publication/237274102>
- Chuco, V. J. (2021) La brecha digital en el Perú como problema educativo y social. *Revista Hacedor*. 5(2), 19-32. <https://doi.org/10.26495/rch.v5i2.1924>
- Doneda de Oliveira, V. S. y Basniak, M. I. (2021). Frações e suas múltiplas interpretações: reflexões sobre o ensino e a aprendizagem. *Histemat*, 7, 1-20. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/353247178_FRACOES_E_SUAS_MULTIPLAS_INTERPRETACOES_reflexoes_sobre_o_ensino_e_a_aprendizagem

- [illegible]

- MINEDU. (2023e). *Fichas de Matemática 2 (4)*. Ministerio de Educación del Perú. Recuperado de <https://repositorio.minedu.gob.pe/handle/20.500.12799/10093>
- Mou, Y., Li, Y., Hoard, M. K., Nugent, L. D., Chu, F. W., Rouder, J. N. y Geary, D. C. (2016). Developmental foundations of children's fraction magnitude knowledge. *Cognitive Development*, 39 (2016), 141–153. Recuperado de <https://www.sciencedirect.com/journal/cognitive-development>
- Obersteiner, A., Reiss, K., Van Dooren, W. y Van Hoof, J. (2019). Understanding Rational Numbers – Obstacles for Learners With and Without Mathematical Learning Difficulties. University of Education Freiburg.
- Quispe, M. (2018). *Análisis de una organización matemática sobre los significados asociados a las fracciones en una colección de cuadernos de trabajo de educación básica*. Tesis de maestría en Enseñanza de las Matemáticas. PUCP, Perú. Recuperado de <https://repositorio.pucp.edu.pe/index/handle/123456789/144688>
- Scheffer, N. F. y Powell, A. B. (2019). Frações nos livros brasileiros do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). *Revemop*, 1(3), 476-503. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/335557118_Fracoes_nos_livros_brasileiros_do_Programa_Nacional_do_Livro_Didatico_PNLD
- Siegler, R. S., Duncan, G. J., Davis-Kean, P., Duckworth, K., Claessens, A., Engel, M., Susperreguy, M. I. y Chen, M. (2012). Early Predictors of High School Mathematics Achievement. *Psychological Science*, 23(7), 691–697. Recuperado de <https://journals.sagepub.com/home/pss>
- Silva M. J. (2005). *Investigando saberes de professores do ensino fundamental com enfoque em números fracionarios para a quinta serie*. Tesis de doctorado en Educación Matemática. PUC/SP São Paulo, Brasil. Recuperado de <https://repositorio.pucsp.br/jspui/handle/handle/10923>