

Artículo original

Resolución de problemas matemáticos con IA: configuración epistémica y diseño de Prompts

AI-Assisted Mathematical Problem Solving: Epistemic Configuration and Prompt Design

Wilson Edwar Díaz Cajo^{1, a}

Elton Barrantes Requejo^{2, b}

Joel Mendoza Jiménez^{3, c}

¹ Instituto de Investigación sobre Enseñanza de las Matemáticas, Pontificia Universidad Católica del Perú.

wilson.diaz@pucp.edu.pe

^a ORCID: <https://orcid.org/0009-0005-2856-3846>

² Instituto de Investigación sobre Enseñanza de las Matemáticas, Pontificia Universidad Católica del Perú.

ejbarran@pucp.edu.pe

^b ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2668-9032>

³ Instituto de Investigación sobre Enseñanza de las Matemáticas, Pontificia Universidad Católica del Perú.

joel.mendoza@pucp.pe

^c ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-6195-4514>

Información

Recibido: 14 de abril del 2025.

Aceptado: 14 de julio del 2025.

Palabras clave:

inteligencia artificial;
enseñanza de la
matemática;
configuración
epistémica; diseño de
prompts; pensamiento
crítico.

Resumen

Este taller exploró el uso pedagógico de herramientas de inteligencia artificial generativa, como ChatGPT y Gemini, para la resolución de problemas matemáticos desde una perspectiva crítica y didáctica. Se centró en dos conceptos clave: configuración epistémica, entendida como el conjunto de conocimientos, procedimientos, representaciones y normas que determinan la validez de una respuesta matemática en un contexto institucional, y prompt, como la instrucción que se da a la IA para orientar la forma y el contenido de su respuesta. La propuesta, dirigida a docentes de secundaria y universidad, combinó momentos expositivos con dos actividades prácticas: (i) exploración libre de respuestas de IA a problemas típicos del nivel, evaluadas con criterios epistémicos, y (ii) rediseño guiado de prompts para mejorar la pertinencia didáctica de las soluciones generadas. Se presentaron también criterios para evaluar respuestas de IA (corrección, justificación, representaciones, lenguaje y normas) y una guía práctica para integrar estas herramientas en el aula, fomentando el pensamiento crítico y metamatemático más allá de la mera obtención de resultados. Los participantes constataron que prompts bien diseñados favorecen respuestas más completas, justificadas y alineadas con la práctica matemática escolar. El taller concluyó con una reflexión sobre el rol del docente frente a la IA, resaltando la importancia de un uso consciente y mediado que potencie el aprendizaje significativo.

Information

Keywords:

Artificial intelligence;
mathematics education;
epistemic configuration;
prompt design; critical
thinking.

Abstract

This workshop explored the pedagogical use of generative artificial intelligence tools, such as ChatGPT and Gemini, for mathematical problem solving from a critical and didactic perspective. It focused on two key concepts: epistemic configuration, understood as the set of knowledge, procedures, representations, and rules that determine the validity of a mathematical answer in an institutional context, and prompts, as the instruction given to AI to guide the form and content of its response. The proposal, aimed at secondary school teachers and university professors, combined presentations with two practical activities: (i) free exploration of AI responses to typical problems of the level, evaluated using epistemic criteria, and (ii) redesign guided by prompts to improve the didactic relevance of the solutions generated. Criteria for evaluating AI responses (correctness, justification, representations, language, and rules) were also presented, along with a practical guide for integrating these tools into the classroom, encouraging critical and metamathematical thinking beyond the mere results obtained. Participants verified that well-designed prompts encourage more complete, justified responses that are aligned with school mathematics practice. The workshop concluded with a reflection on the role of teachers in relation to AI, highlighting the importance of using it consciously and with mediation to enhance meaningful learning.

INTRODUCCIÓN

El uso creciente de herramientas de inteligencia artificial generativa, como ChatGPT, Gemini, entre otras, ha transformado el panorama de la enseñanza de la matemática. Estas tecnologías pueden producir soluciones inmediatas a problemas matemáticos, pero no garantizan que dichas soluciones cumplan con los criterios de validez epistémica propios del aula. Una respuesta puede ser correcta en su resultado y, sin embargo, carecer de justificación rigurosa, omitir representaciones necesarias o ignorar normas de validación institucional. Esta problemática exige que el docente asuma un rol activo en la mediación y análisis de las producciones generadas por IA, evitando su uso como mera herramienta de automatización (Kasneci et al., 2023).

La propuesta de este taller se fundamenta en el concepto de configuración epistémica (Bosch & Gascón, 2006), que describe el conjunto de conocimientos, procedimientos, representaciones y normas que definen lo que se considera una solución válida en un contexto institucional. Asimismo, se apoya en la noción de prompt, entendida como la instrucción dada a la IA para orientar su respuesta, destacando que su diseño influye directamente en la calidad, profundidad y pertinencia didáctica de la producción obtenida.

El objetivo de aprendizaje del taller fue que los docentes de secundaria y universidad desarrollaran la capacidad de analizar críticamente las respuestas de IA a problemas típicos de su nivel y de diseñar prompts estratégicos que conduzcan a soluciones más alineadas con las expectativas institucionales y el pensamiento matemático riguroso.

La estructura del taller combinó presentaciones conceptuales con actividades prácticas: (i) introducción a los conceptos clave; (ii) exploración libre de respuestas de IA y análisis epistémico; (iii) rediseño guiado de prompts; y (iv) discusión de criterios de evaluación y orientaciones didácticas para integrar la IA en el aula.

Esta secuencia permitió articular teoría y práctica, promoviendo una reflexión crítica sobre el papel del docente frente a herramientas tecnológicas cada vez más presentes en los procesos de aprendizaje matemático.

MATERIAL Y MÉTODOS

Elementos teóricos

El taller se enmarca en dos nociones fundamentales: configuración epistémica y prompt pedagógico, que orientaron tanto el diseño de las actividades como el análisis de las respuestas generadas por inteligencia artificial.

La configuración epistémica se entiende como el conjunto estructurado de conocimientos, procedimientos, representaciones y normas que definen lo que, en un contexto institucional, se considera una respuesta válida a un problema matemático (Bosch & Gascón, 2006). Esta perspectiva, propia de la Teoría Antropológica de lo Didáctico, permite ir más allá de la verificación del resultado para analizar cómo se construye la solución y si dicha construcción respeta los estándares de rigor, coherencia y pertinencia del aula. Sus componentes clave incluyen:

- Conceptos movilizados: ideas matemáticas presentes en la solución.
- Justificaciones: razones que respaldan cada paso.
- Representaciones: formas gráficas, simbólicas o verbales empleadas.
- Normas de validación: criterios aceptados para considerar una solución correcta.

Un ejemplo trabajado en el taller fue la verificación de la continuidad de la función

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \leq 2, \\ 3x - 2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

en $x=2$, con tres posibles respuestas de estudiantes:

- “Sí, porque no hay quiebre en la gráfica.”
- “Sí, porque el límite existe y es igual al valor de la función.”
- “Sí, porque cumple la definición formal de continuidad.”

Este ejemplo permitió discutir qué elementos de la configuración epistémica se activan en cada caso y cuál se alinea mejor con la validez institucional.

El segundo concepto clave es el de prompt, entendido como la instrucción dada a la IA para orientar su respuesta. Un prompt bien diseñado incluye: (i) el nivel de complejidad esperado; (ii) el formato de respuesta (texto, tabla, paso a paso); (iii) el rol asignado a la IA (docente, estudiante, experto); y (iv) el tipo de justificación requerida (explicaciones, teoremas, gráficos, ejemplos). Tal como advierten Kasneci et al. (2023), la formulación de instrucciones claras y contextualizadas es determinante para obtener respuestas más alineadas con los objetivos pedagógicos y el pensamiento matemático riguroso.

Estas nociones teóricas proporcionaron el marco de referencia para que los docentes participantes identificaran la calidad epistémica de una solución y aprendieran a influir en la producción de la IA mediante la redacción de prompts estratégicos.

Diseño

La experiencia se desarrolló en el marco del VII Coloquio Binacional sobre la Enseñanza de la Matemática (COBISEMAT) y estuvo dirigida a docentes de educación secundaria y universitaria interesados en la integración pedagógica de la inteligencia artificial en la enseñanza de la matemática. El grupo de participantes presentó un alto grado de diversidad en cuanto a asignaturas, niveles de enseñanza y familiaridad previa con herramientas de IA, lo que permitió un intercambio enriquecedor de perspectivas.

Recursos implementados:

- Computadora o laptop por participante.
- Acceso a internet estable.
- Cuenta activa en ChatGPT (gratuita o Plus), Gemini u otra IA generativa.
- Proyector para guiar las actividades.
- Fichas o hojas de trabajo para análisis en grupo.

Estructura de actividades:

1. Presentación y contextualización
 - Bienvenida y planteamiento de la problemática: la IA no reemplaza al docente, pero redefine sus decisiones.
 - Introducción a los conceptos clave: configuración epistémica y prompt.
2. Actividad 1: Exploración libre con IA
 - Los participantes seleccionaron un problema matemático típico de su nivel.
 - Formularon un prompt libre y obtuvieron la respuesta de la IA.
 - Analizaron críticamente la solución en función de los criterios epistémicos: conceptos, justificaciones, representaciones y normas de validación.
3. Actividad 2: Rediseño guiado de prompts
 - Reformulación estratégica del prompt inicial incorporando nivel esperado, formato, rol asignado y justificación requerida.
 - Comparación de la nueva respuesta de IA con la inicial, identificando mejoras y limitaciones.
4. Criterios de evaluación y guía práctica para el aula

- Presentación de una lista de criterios para valorar la calidad de las respuestas generadas por IA.
- Discusión de usos posibles de IA en el aula: tutor paso a paso, detector de errores, generador de variantes, activador de discusión epistémica y diferenciador de niveles de profundidad.

Expectativas de aprendizaje:

Al finalizar el taller, se esperaba que los docentes fueran capaces de:

- Reconocer y aplicar el concepto de configuración epistémica al analizar soluciones matemáticas.

Formular prompts pedagógicos que orienten la producción de la IA hacia respuestas más alineadas con la práctica institucional.

Integrar la IA como recurso para promover el pensamiento crítico y metamatemático en sus clases.

RESULTADOS

El taller se llevó a cabo en una sesión de tres horas, con modalidad presencial y un enfoque participativo. La implementación se inició con una bienvenida que enfatizó que la inteligencia artificial no reemplaza al docente, pero sí redefine sus decisiones. A continuación, se presentaron los conceptos de configuración epistémica y prompt, acompañados de ejemplos concretos, como el análisis de la continuidad de una función a partir de tres respuestas de estudiantes, lo que generó un diálogo inicial sobre validez institucional y rigor matemático.

En la Actividad 1: Exploración libre con IA, cada grupo de docentes seleccionó un problema matemático típico de su nivel educativo. Redactaron un prompt libre y solicitaron la solución a una IA generativa (ChatGPT, Gemini u otra). Posteriormente, aplicaron los criterios de análisis epistémico para evaluar las respuestas: se observó que muchas eran correctas en el resultado, pero carecían de justificación formal, omitían condiciones de validez o usaban representaciones limitadas. Esta primera experiencia permitió a los participantes identificar la necesidad de dar instrucciones más precisas.

La Actividad 2: Rediseño guiado de prompts consistió en reformular el prompt inicial incorporando el nivel esperado, el formato de respuesta, el rol de la IA y el tipo de justificación requerida. Al aplicar el nuevo prompt, las respuestas obtenidas mostraron mejoras significativas: mayor claridad en el procedimiento, explicaciones paso a paso, inclusión de ejemplos y, en algunos casos, verificación de resultados. Sin embargo, también se detectaron limitaciones, como errores conceptuales sutiles y excesiva confianza de la IA en sus respuestas.

El taller concluyó con la socialización de las producciones y la presentación de una guía práctica para el uso didáctico de la IA en el aula, así como una lista de criterios para evaluar sus respuestas. Los participantes destacaron que el rediseño estratégico de prompts no solo mejora la calidad de las soluciones generadas, sino que abre oportunidades para fomentar el pensamiento crítico y la discusión metamatemática entre los estudiantes.

DISCUSIÓN

El taller permitió confirmar que el uso de inteligencia artificial generativa en la enseñanza de la matemática puede convertirse en un recurso pedagógico valioso cuando se utiliza con criterios claros de validez y una intención formativa definida. Los resultados obtenidos se alinearon con el objetivo propuesto: los docentes participantes demostraron comprender el concepto de configuración epistémica y aplicarlo en el análisis de respuestas de IA, así como desarrollar prompts estratégicos que orientaron a la herramienta hacia soluciones más completas y coherentes con las expectativas institucionales.

El contraste entre las producciones iniciales —generadas a partir de prompts libres— y las posteriores —producto de prompts rediseñados— evidenció mejoras en la estructura de las soluciones: mayor explicitación de pasos, inclusión de justificaciones y uso más pertinente de representaciones. No obstante, persistieron limitaciones propias de la IA, como errores conceptuales sutiles, omisión de condiciones de validez o uso de lenguaje ambiguo, lo que refuerza la necesidad de la mediación docente.

Entre las recomendaciones para una próxima implementación destacan:

- Ampliar el tiempo dedicado a la práctica guiada en el diseño de prompts.
- Incorporar actividades que incluyan la verificación de resultados con diferentes estrategias (analítica, gráfica, numérica).
- Utilizar la IA como generadora de situaciones problemáticas que promuevan la discusión y el razonamiento colectivo en el aula.

La experiencia confirmó que el uso crítico y orientado de la IA no solo puede apoyar la resolución de problemas matemáticos, sino también potenciar el desarrollo del pensamiento crítico y metamatemático, siempre que el docente ejerza un rol activo como mediador y diseñador de interacciones significativas.

REFERENCIAS

- Bosch, M., & Gascón, J. (2006). Twenty-five years of the didactic transposition. *ICMI Bulletin*, 58, 51–65.
- Ugarte, F., Díaz, W., Barrantes, E., & Mendoza, J. (2024). Posibilidades y limitaciones del uso de una IA para la enseñanza de la función cuadrática. En *Docencia del futuro: Inteligencia artificial como motor de innovación, inclusión y sostenibilidad educativa. Libro de actas del I Congreso Internacional sobre docencia innovadora, sostenible e inclusiva en la era de la Inteligencia Artificial*. Ediciones Egregius. ISBN 978-84-1177-107-8.
- Kasneci, E., Sessler, K., Küchemann, S., Bannert, M., Dementieva, D., Fischer, F., Gasser, U., Groh, G., Haag, F., Hladik, J., Kahn, T., Krcmar, H., Kutyniok, G., Larue, O., Pinkwart, N., Röhrig, C., Schmidt, A., Seidel, T., ... & Kasneci, G. (2023). ChatGPT for good? On opportunities and challenges of large language models for education. *Learning and Individual Differences*, 103, 102274. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2023.102274>