

Artículo original

Formulación de problemas y el desarrollo de mi competencia profesional como profesor de matemáticas

Problem formulation and the development of my professional competence as a mathematics teacher

Maritza Luna ^{1, a}

Elizabeth Advíncula ^{2, b}

Augusta Osorio ^{3, b}

¹ Instituto de Investigación sobre Enseñanza de las Matemáticas, Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú

luna.m@pucp.edu.pe

^a ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3039-451X>

² Instituto de Investigación sobre Enseñanza de las Matemáticas, Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú

eadvincula@pucp.edu.pe

^b ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3941-3139>

³ Instituto de Investigación sobre Enseñanza de las Matemáticas, Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú.

arosorio@pucp.edu.pe

^c ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0012-7920>

Información	Resumen
<p>Recibido: 11 de abril del 2025.</p> <p>Aceptado: 11 de julio del 2025.</p> <p>Palabras clave:</p> <p>Planteamiento de problemas, competencia profesional, Matemáticas.</p>	<p>La formulación de problemas, entendida como la competencia profesional de preparación de tareas para la enseñanza, incluye tres facetas fundamentales: selección, variación y elaboración de problemas. El presente taller busca que los participantes (profesores o futuros profesores de matemática de secundaria) exploren y reflexionen sobre el proceso que siguen al formular problemas para una sesión de clase sobre función lineal y función afín. A través de las actividades se espera responder la siguiente pregunta: ¿Qué criterios tiene un profesor para seleccionar un problema para una secuencia de enseñanza y para determinar su ubicación dentro de dicha secuencia? Los participantes recibirán un conjunto de problemas para seleccionar de manera individual tres de ellos y ordenarlos dentro de una secuencia de enseñanza, justificando las razones. El mismo proceso se realiza de forma grupal, buscando que cada grupo de participantes determine una única secuencia de tres problemas entre los que seleccionaron inicialmente. Finalmente, en el plenario se socializarán las respuestas y se procurará establecer algunos criterios comunes para el proceso realizado. Se espera que esta secuencia de actividades y los criterios identificados ayuden a los participantes a reflexionar sobre su propia práctica docente.</p>
Information	Abstract
<p>Keywords:</p> <p>Problem posing, professional competency, Mathematics.</p>	<p>Problem posing, understood as the professional competency of preparing tasks for teaching, includes three fundamental facets: selection, variation, and problem development. This workshop aims for participants (secondary school mathematics in-service and pre-service teachers) to explore and reflect on the process they follow when posing problems for a class session on linear and affine functions. Through the activities, the hope is to answer the following question: What criteria does a teacher use to choose a problem for a teaching sequence and to determine its place within that sequence? Participants will receive a set of problems from which they will individually select three and arrange them within a teaching sequence, explaining their reasons. The same process is carried out in groups, with each group of participants determining a single sequence of three problems from the ones they initially selected. Finally, the responses will be shared in a plenary session in an attempt to establish some common criteria for the process carried out. The expectation is for this sequence of activities and the criteria identified to help participants reflect on their own teaching practice.</p>

INTRODUCCIÓN

La preparación de clases es una tarea central del profesor de matemáticas, pues permite organizar estrategias que favorecen aprendizajes significativos. En este proceso, la formulación de problemas constituye una competencia profesional clave, al influir en cómo los estudiantes se relacionan con los contenidos, desarrollan el pensamiento lógico y construyen significados matemáticos. Según Carrillo et al. (2021) la formulación de problemas desde la mirada de los profesores en formación puede constituir una herramienta útil para revelar y discutir obstáculos de conocimiento matemático, en su uso. Pero en el caso del profesor en ejercicio, responde a los objetivos que dicho profesor se propone para el desarrollo de una sesión concreta, tratando de evitar que aparezcan obstáculos de aprendizaje como consecuencia del diseño del problema o de su resolución.

Diversos estudios han analizado la formulación de problemas, destaca la propuesta de Silver (1994), quien la define como la creación de nuevos problemas o la modificación de otros ya existentes. Estas acciones pueden realizarse antes (a partir de una imagen, situación o historia), durante (al simplificar un problema complejo) o después de su resolución (mediante su generalización o extensión).

Los problemas propuestos en clase pueden seleccionarse de fuentes existentes o ser elaborados por el propio docente. En el primer caso, se recurre a libros, materiales personales o institucionales, recursos digitales o propuestas de colegas, requiriendo ajustes para adaptarlos a los objetivos y características del grupo. En el segundo, el docente diseña el enunciado desde cero, lo que permite alinear el problema con sus metas didácticas, controlar su complejidad y responder a necesidades específicas.

Este taller busca responder a la pregunta: ¿Qué criterios tiene un profesor para seleccionar un problema para una secuencia de enseñanza y para determinar su ubicación dentro de dicha secuencia? La reflexión en torno a esta cuestión permite analizar cómo las decisiones sobre selección inciden en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Para alcanzar nuestro objetivo de reflexión se les proporcionará a los participantes de un conjunto de problemas sobre los que deben realizar una selección para un proceso de enseñanza de la función lineal y función afín, buscando mediante el diálogo interno y con sus pares que puedan establecer las razones de la selección realizada.

MATERIAL Y MÉTODOS

Elementos teóricos

La propuesta de este taller en referencia a la competencia profesional de un profesor de matemáticas en la preparación de tareas, se basa en el modelo Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (MTSK) que se sustenta en los trabajos de Shulman (1986) y Ball et al. (2008).

Este modelo es una herramienta analítica que permite explorar, en detalle, el conocimiento que moviliza un profesor al desarrollar cualquier actividad profesional relacionada a la enseñanza de la matemática, como por ejemplo la preparación de clases o la gestión de tareas, etc. El modelo MSTK considera dos grandes dominios: Conocimiento Matemático (MK) y Conocimiento Didáctico del contenido (PCK). La interrelación entre los diferentes aspectos de estos dos dominios son los que permiten entender qué es lo que un docente maneja o considera cuando desarrolla sus actividades profesionales.

En el caso particular de la preparación de tareas, que involucra la formulación de problemas, un profesor normalmente tiene en cuenta: su conocimiento del objeto matemático a enseñar, como este se relaciona con otros conocimientos ya adquiridos por sus alumnos, las estrategias de resolución de problemas que puede enseñar o que sus alumnos pueden utilizar, los aspectos del objeto matemático a enseñar y el orden en que deben presentarse, las características particulares de aprendizaje de sus alumnos y los logros que deben alcanzar sus alumnos de acuerdo a los desempeños propuestos en la tareas construidas.

Para la formulación de problemas partimos de la propuesta de Malaspina (2017), en la cual el autor nos habla de la creación de problema en término de dos aspectos o facetas, la variación y la elaboración. Para poder definir estas facetas es necesario incluir lo que el autor denomina los elementos del enunciado de un problema: información, requerimiento, contexto y entorno matemático. Los cuales detallamos a continuación:

- La información está compuesta por los datos cuantitativos o las relaciones entre datos no cuantitativos que se colocan en el enunciado del problema.
- El requerimiento que consiste en lo que se solicita como solución del problema, puede ser cuantitativo o cualitativo.
- El contexto se refiere a la realidad donde se trabaja el problema y en algunos casos puede ser simplemente un contexto intramatemático.
- El entorno matemático consiste en el marco matemático en el que se ubican los conceptos matemáticos que intervienen o pueden intervenir en la solución del problema.

E incluir lo que denominamos, la selección de un problema, como una faceta adicional de la formulación de problemas. Se considera a esta faceta como la acción elemental que realiza todo profesor a un inicio de ejercicio de su profesión y que en algunos casos se convierte en la forma habitual de la preparación de tareas para una clase. Esta faceta consiste en simplemente elegir un problema desde un determinado material sin hacerle ninguna modificación.

La faceta de variación vendría a ser el acto de realizar un cambio en alguno de los elementos del enunciado del problema seleccionado, buscando que se ajuste a las necesidades de la sesión de clase en particular. La faceta de elaboración vendría a ser el elegir todos los elementos del enunciado partiendo de una situación particular de la vida real o desde una necesidad específica de enseñanza.

También, para el taller se ha tenido en cuenta la secuencia de contenidos que están involucrados en la enseñanza de la función lineal y función afín para un alumno de segundo de secundaria. Para ello se ha tomado de base Lima et al. (2000), en donde la función lineal es un caso particular de la función afín.

Finalmente, en base a Pino-Fan et al. (2020) se ha podido establecer un listado de posibles criterios que tienen en cuenta los profesores cuando formulan problemas en sus diferentes facetas (Ver figura 1).

Figura 1

Tabla de criterios usados por profesores para elegir problemas para sus clases

<i>Criterios utilizados por los profesores para elegir problemas para sus clases</i>		
Planteamiento de problemas		Selección de problemas
Por elaboración (creación)	Por variación (adaptación)	Ya creados en otras fuentes (Repetición)
- Atractivo del problema.	- Atractivo del problema.	- Contexto de los estudiantes.
- Contexto de los estudiantes.	- Contexto de los estudiantes	- Aplicabilidad.
- Que promuevan el razonamiento matemático.	- Que promueva el razonamiento matemático.	
- Que posean una estructura de matematización (diversas estrategias, representaciones, etc.).	- Los contenidos que aborda.	
	- Distintos niveles de complejidad.	

Fuente: Tomado de Pino-Fan et al. (2020, p. 130).

En base a esta publicación se han establecido los criterios que se espera aparezcan durante la reflexión de los participantes.

- La forma en que queremos enseñar un tema matemático. Pensando en las definiciones, propiedades, representaciones, etc.
- El nivel de conocimiento de nuestros alumnos.

- Los contextos de realidad en que nuestros alumnos habitan.
- Los desempeños que debemos trabajar con nuestros alumnos.
- Los logros de aprendizaje que pretendemos alcanzar con nuestros alumnos.

Diseño

Este taller está dirigido a profesores en ejercicio o futuros profesores de matemática de secundaria. El taller tiene por objetivo que los participantes reflexionen sobre la selección de problemas que realizan para conformar una secuencia para la enseñanza de la función lineal y función afín, en una clase con estudiantes de educación media.

La primera actividad (40 minutos) consiste en que los participantes, en forma individual, seleccionen tres problemas que permitan la enseñanza del tema de función afín en una clase con estudiantes de educación media. Para ello, se les proporciona un conjunto de diez problemas extraídos de diversos libros de educación media de editoriales españolas (ver figura 2).

Figura 2

Listado de problemas

PROBLEMA 1

■ ■ ■ De un muelle se cuelgan pesos que dan lugar a los alargamientos indicados en la tabla:

Peso en kilogramos	0,5	1	2	3	4
Alargamiento en cm	0,35	0,7	1,4	2,1	2,8

Representa en tu cuaderno la gráfica correspondiente a los valores de la tabla.

■ ■ ■ Utiliza la gráfica del ejercicio anterior para determinar el alargamiento que experimenta el muelle al colgar de él un peso de 1,75 kilogramos. ¿Se puede deducir el alargamiento que tendrá el muelle si se cuelga de él un peso de 5,5 kilogramos?

PROBLEMA 2

■ ■ ■ Expresa la función correspondiente a cada una de las siguientes situaciones:

- El doble de cada número.
- El siguiente de cada número natural.
- El doble de cada número más cuatro.

PROBLEMA 3

■ ■ ■ Si en una tienda han rebajado un 10 % todos sus artículos, ¿qué función permite saber el precio final de cada artículo? Representa la gráfica de esa función.

Tomado de MAC GRAW HILL para el 2do ESO de España

<https://www.matematicasinclusivas.com/libros-texto/espana/>

PROBLEMA 4

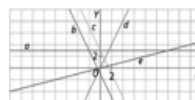
- En un concurso se obtienen 100 € si se pasa la primera fase, y 150 € por cada pregunta acertada en la segunda fase.
 - Realiza una tabla en la que se relacione el número de aciertos en la segunda fase y la cantidad total obtenida. Calcula al menos seis valores.
 - Representa gráficamente los datos de la tabla anterior. Utiliza en el eje Y una escala que vaya de 50 en 50 €.
 - ¿Qué tipo de función corresponde a esa gráfica?
 - Obtén la ecuación de la función. ¿Cuál fue el número de aciertos de un concursante que se llevó un premio de 2650 €?

PROBLEMA 5

- Alquilar un coche cuesta 30 \$, a lo que hay que sumarle 10 \$ por cada 100 km recorridos.
 - Escribe la función que permite calcular el coste del alquiler en función de los kilómetros recorridos.
 - Representa la gráfica de la función.

PROBLEMA 6

- Asocia cada una de las rectas con la ecuación correspondiente.



- | | | |
|------------------|-----------------------|------------------|
| A. $y = -2x + 3$ | C. $y = 2x$ | E. $y = -2x - 1$ |
| B. $y = 3$ | D. $y = \frac{1}{4}x$ | |
| A. c | C. d | E. b |
| B. a | D. e | |

Tomado de SM para el 2do ESO de España

<https://www.matematicasinclusivas.com/libros-texto/espana/>

Fuente: Elaboración propia.

Los participantes deberán seleccionar tres problemas del grupo de problemas dado e indicar los criterios por los que los seleccionan. Adicionalmente, también se les solicita los criterios por los que los ordenan. Se les pide que completen la siguiente ficha (ver figura 3).

Figura 3

Actividad 1

PRIMER ACTIVIDAD

Elija tres problemas de la lista proporcionada. Debe considerar que estos tres problemas forman una secuencia para la enseñanza de la función lineal y función afín.

PASO 1

Indique el orden en que utilizaría los problemas para la enseñanza de la función lineal y función afín.

PRIMER PROBLEMA _____

SEGUNDO PROBLEMA _____

TERCER PROBLEMA _____

PASO 2

Explique las razones por las que eligió dichos problemas y de ser posible, los criterios para poder ordenarlos.

Fuente: Elaboración propia.

Con esta actividad se espera el inicio de la reflexión de los participantes, buscando que traten de identificar los motivos de su selección y que busquen relacionarla con sus objetivos de enseñanza y otros aspectos vinculados con sus alumnos.

La segunda actividad (60 minutos) consiste en solicitar a cada grupo de participantes, formado por tres profesores, que discutan sobre la selección realizada de manera individual y los criterios que han usado para ello. Luego, que propongan una secuencia de tres problemas lograda por consenso luego del intercambio de criterios y puntos de vista empleados en sus selecciones individuales. Se les pide que completen la siguiente ficha (ver figura 4).

Figura 4

Actividad 2

SEGUNDA ACTIVIDAD

PASO 1

Liste los problemas que seleccionaron individualmente.

Participante	Número de problema

PASO 2

A partir de la lista anterior, elegir tres problemas para tener una secuencia para la enseñanza de la función lineal y función afín.

Indique el orden en que utilizaría los problemas.

PRIMER PROBLEMA _____

SEGUNDO PROBLEMA _____

TERCER PROBLEMA _____

Fuente: Elaboración propia

Con esta actividad se espera que los participantes, mediante la discusión entre los pares, establezcan los motivos comunes de la selección de problemas y que determinen los criterios principales a tener en cuenta para dicha selección y ordenamiento. .

La tercera actividad (60 minutos) consiste en una plenaria para compartir las secuencias finales y las razones de dichas selecciones. Se espera que los participantes logren interiorizar las propuestas realizadas por los diferentes grupos y que éstas les sirvan para reflexionar sobre su práctica en relación con la formulación de problemas.

RESULTADOS

Los tiempos estimados para las actividades a realizar se tuvieron que ajustar por un tema relacionado con los profesores en formación que participaron del taller. Se les había informado que el taller duraría la mitad del tiempo propuesto inicialmente. Esto implicó una disminución en los tiempos destinados a cada una de las actividades.

La primera actividad se llevó a cabo en 30 minutos y cumplió sus fines. Varios de los participantes terminaron incluso antes de ese tiempo. Según iban concluyendo se conformaron siete grupos de trabajo, algunos de los cuales tuvieron cuatro participantes. El tiempo de la segunda actividad se redujo a 40 minutos, la discusión se dio pero no pudo ser tan minuciosa como se esperaba. Se tuvo el caso de un grupo que no pudo llegar a un acuerdo en todo ese tiempo, por lo que se les instó a que colocarían sus dos propuestas en la hoja de la actividad.

La actividad que sufrió con la reducción de tiempo fue el plenario. Finalmente, solo pudo durar 30 minutos. En vez de presentar las diversas propuestas se partió de algunas preguntas para lograr la participación de los profesores.

- ¿Qué características tiene su primer problema para comenzar la secuencia?
- ¿Qué características distinguen al segundo problema con respecto al primero?

- ¿Ambos problemas se desarrollarían en una misma sesión de clase?
- ¿Cuáles son las razones por las que elige el problema que está en tercer lugar?
- ¿En qué punto de la secuencia de enseñanza se encuentra este tercer problema?

A continuación, se presenta uno de los resultados individuales de la actividad 1. (ver figura 5)

Figura 5

Respuestas del participante 4

PASO 1

Indique el orden en que utilizaría los problemas para la enseñanza de la función lineal y función afín.

PRIMER PROBLEMA 2. Problema 2

SEGUNDO PROBLEMA 3. Problema 3

TERCER PROBLEMA 7. Problema 7.

PASO 2

Explique las razones por las que eligió dichos problemas y de ser posible, los criterios para poder ordenarlos.

Porque al estudiante primero se le debe enseñar a representar algebraicamente pequeños enunciados como: "el triple de un número". A continuación se le debe representar situaciones de la vida cotidiana en forma algebraica, ya sabiendo eso podemos colocarlo en la tabla de valores y poder desarrollar, así mismo entendiendo el problema.


Fuente: Datos de la aplicación.

El participante ha planteado una determinada secuencia de conocimientos, indica que se debe partir de la representación algebraica de pequeños enunciados en lenguaje natural como se proponen en el problema 2. (ver figura 6)

Figura 6

Problema 2

PROBLEMA 2

28  **Expresa la función correspondiente a cada una de las siguientes situaciones:**

- a) El doble de cada número.**
- b) El siguiente de cada número natural.**
- c) El doble de cada número más cuatro.**

Tomado de MAC GRAW HILL para el 2do ESO de España

<https://www.matematicasinclusivas.com/libros-texto/espana/>

Para luego pasar a la modelación algebraica de situación de la vida cotidiana. (ver figura 7)

Figura 7

Problema 4

40. En un concurso se obtienen 100 € si se pasa la primera fase, y 150 € por cada pregunta acertada en la segunda fase.
- a) Realiza una tabla en la que se relacione el número de aciertos en la segunda fase y la cantidad total obtenida. Calcula al menos seis valores.
 - b) Representa gráficamente los datos de la tabla anterior. Utiliza en el eje Y una escala que vaya de 50 en 50 €.
 - c) ¿Qué tipo de función corresponde a esa gráfica?
 - d) Obtén la ecuación de la función. ¿Cuál fue el número de aciertos de un concursante que se llevó un premio de 2650 €?

Tomado de SM para el 2do ESO de España

<https://www.matematicasinclusivas.com/libros-texto/espana/>

DISCUSIÓN

El taller evidenció que la formulación de problemas es una competencia clave del docente de matemáticas, pues integra de manera articulada saberes matemáticos y didácticos. Las actividades desarrolladas favorecieron la reflexión sobre los criterios de selección, variación y elaboración de problemas, resaltando la importancia del conocimiento del contenido, la consideración del nivel de los estudiantes y la orientación hacia los logros de aprendizaje.

Se observó que la selección de problemas es la práctica más frecuente entre los docentes en ejercicio, mientras que la variación y la elaboración constituyen ámbitos que requieren un mayor fortalecimiento en la formación profesional. Esta diferencia evidencia la necesidad de diseñar experiencias formativas que promuevan no solo la selección de problemas pertinentes, sino también la capacidad de variarlos y elaborarlos en función de las necesidades de aprendizaje.

La reducción del tiempo previsto limitó la profundidad del análisis colectivo, lo que impidió ampliar el intercambio de perspectivas y argumentos. Por ello, se recomienda que en futuras implementaciones se

disponga de más tiempo para las instancias de discusión y retroalimentación, favoreciendo así un análisis más profundo y colaborativo del proceso de formulación de problemas.

REFERENCIAS

- Ball, D., Thames, M.H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Carrillo, J., Montes, M., & Contreras, L. (2021). La competencia profesional en formulación de problemas escolares. En Grupo de investigación en Educación Matemática Universidad de Alicante (Eds.) *Ideas para la educación matemática: Perspectivas desde el trabajo de Mª Luz Callejo de la Vega* (pp. 163-182).
- Lima, A., Carvalho, A., & Wagner, C. (2000). *La matemática de la enseñanza media* (Vol. 1). Universidad Nacional de Ingeniería. Hozlo S.R.L.
- Malaspina, U. (2017). La creación de problemas como medio para potenciar la articulación de competencias y conocimientos del profesor de matemáticas. En J.M. Contreras, P. Arteaga, G.R. Cañadas, M.M. Gea, B. Giacomone y M.M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos* (pp. 1-14). <https://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html>
- Pino-Fan, L., Báez-Huaiquián, D., Molina-Cabero, J., & Hernández-Arredondo, E. (2020). Criterios utilizados por profesores de matemáticas para el planteamiento de problemas en el aula. *Uniciencia*, 34(2), 114-136. <https://doi.org/10.15359/ru.34-2.7>
- Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19–28.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14. <https://doi.org/10.3102/0013189X015002004>