



Artículo original

Conexiones entre las competencias matemáticas del currículo nacional

Connections Among the Mathematical Competencies of the National Curriculum

Cecilia Gaita ^{1, a}

Francisco Ugarte ^{2, b}

¹ Instituto de Investigación sobre Enseñanza de las Matemáticas, Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú

cgaita@pucp.edu.pe

^a ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7827-9262>

² Instituto de Investigación sobre Enseñanza de las Matemáticas, Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú

fugarte@pucp.edu.pe

^b ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8658-9471>

Información

Recibido: 11 de abril del 2025.

Aceptado: 11 de julio del 2025

Palabras clave:

Conexiones; razonamiento algebraico; competencias matemáticas

Resumen

Ante la actual demanda de establecer conexiones entre temas de la matemática y de la matemática con otras disciplinas, se hace necesario brindar al profesor espacios formativos en los que pueda identificar situaciones que cumplan con esa finalidad. Durante el taller se identificaron problemas que aparecen en textos de matemáticas y que tienen potencial para establecer conexiones entre las competencias matemáticas del Currículo Nacional del Perú, teniendo como eje vertebrador la competencia de resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio. Así, se mostraron ejemplos de cómo puede ser transformadas situaciones de cantidad y de gestión de datos e incertidumbre con dicho fin. En ese proceso, los participantes hicieron uso de sus conocimientos matemáticos asociados a la divisibilidad y al ajuste de curvas, lo que contribuyó al desarrollo del razonamiento algebraico generalizado.

Information

Keywords:

Connections; algebraic reasoning; mathematical competencies.

Abstract

Given the current demand to establish connections between mathematics topics, as well as mathematics and other disciplines, it is necessary to provide teachers with training opportunities in which they can identify situations that meet that purpose. During the workshop, problems with the potential to establish connections between the mathematical competencies of the Peruvian National Curriculum were identified in mathematics textbooks, having the competency of solving problems of regularity, equivalence, and change as the main concept. Thus, examples were shown of how situations involving quantity, data management, and uncertainty can be transformed for said purpose. In that process, participants used their mathematical knowledge related to divisibility and curve adjustment, which contributed to the development of generalized algebraic reasoning.

INTRODUCCIÓN

Actualmente, los currículos de diversos países proponen articular aprendizajes de distintos conceptos matemáticos, así como entre distintas asignaturas, alejándose de la tradicional y simple adquisición de conocimientos. El Currículo Nacional del Perú contempla el desarrollo de cuatro competencias matemáticas a lo largo de la escolaridad: Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio;

Resuelve problemas de Cantidad; Resuelve problemas de forma, movimiento y localización; Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre. Sin embargo, los materiales oficiales proporcionadas por el Ministerio de Educación proponen actividades para el desarrollo de cada una de ellas, las cuales están asociadas a distintos campos de conocimiento matemático, pero sin articularlas.

De otro lado, en el currículo escolar actual, el álgebra aparece como una serie de reglas que permite manipular números y operar entre objetos en lenguaje simbólico, pero no es entendida como una herramienta que permite resolver problemas y modelar situaciones reales. Tampoco se articula con otros saberes como las fórmulas de geometría, las que se tratan como simples instrucciones aritméticas que se aplican a valores específicos (Strømskag y Chevallard, 2022), pese a que son el resultado de un proceso de modelización de propiedades geométricas expresadas en lenguaje algebraico.

Debido a esta limitación, Gaita et al. (2022) argumentan que es crucial encontrar nuevas estrategias para fomentar el desarrollo del razonamiento algebraico en los estudiantes. En otras palabras, se necesita un enfoque que promueva un pensamiento más abstracto y general, en lugar de limitarse a la simple aplicación de procedimientos numéricos.

MATERIAL Y MÉTODOS

Respondiendo a esta necesidad, en el taller se mostraron tareas asociadas a la competencia Resuelve problemas de cantidad, abordadas en primer grado de secundaria, como la de la figura 1, la cual se ubica en clase de tareas contextualizadas que requiere del cálculo del mínimo común múltiplo de un conjunto de números particulares.

Figura 1

Tarea de la Competencia de Cantidad

Situación significativa A

Una persona pasa sus vacaciones de la siguiente manera: irá al gimnasio cada dos días, irá a la playa cada tres días y asistirá al cine cada cinco días. Si el primer día realizó las tres actividades, ¿dentro de cuántos días volverán a coincidir estas actividades por segunda vez?



Fuente: <https://goo.gl/q6Zmg>

Resolución

Hacemos un listado de los días en que realiza cada actividad:

- Va al gimnasio cada dos días, es decir: 2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16; 18; 20; 22; 24; 26; 28; 30, 32... (estos números son múltiplos de 2).
- Irá a la playa cada tres días, es decir: 3; 6; 9; 12; 15; 18; 21; 24; 27; 30, 33... (estos números son múltiplos de 3).
- Asistirá al cine cada 5 días, es decir: 5; 10; 15; 20; 25, 30, 35... (estos números son múltiplos de 5).

El menor múltiplo que se repite en las tres listas de múltiplos 2; 3 y 5 es 30. A este número se le denomina *mínimo común múltiplo* (m. c. m.) de 2; 3 y 5, y se representa:

$$\text{m. c. m. } (2; 3; 5) = 30$$

Respuesta:

Las tres actividades coincidirán nuevamente dentro de 30 días.

Fuente: Resolvamos problemas 1. Cuadernos de matemática (2019, p.198)

Al revisar la unidad correspondiente, se comprueba que todas las actividades propuestas sobre divisibilidad solo requieren emplear criterios de divisibilidad, calcular el mínimo común múltiplo o el máximo común divisor y dar como respuesta un valor numérico. Esto confirma lo señalado por Gascón (2001), cuando advierte que los problemas escolares de divisibilidad de números naturales que aparecen en la secundaria forman clases bastantes aisladas de problemas. Además, en ninguna de ellas se consideran preguntas que exijan llevar a cabo procesos de generalización ni de uso del lenguaje alfanumérico.

De otro lado, en relación a los problemas sobre gestión de datos que se plantean en los textos didácticos, se ha encontrado que estos enfatizan el cálculo de medidas de posición central o dispersión, tal como se exemplifica en la figura 2.

Figura 2

Tarea de la Competencia Gestión de datos

Situación C

A cada estudiante de un curso se le pregunta: ¿Cuántos hermanos tienes? Los resultados de la encuesta son los siguientes:

3 - 2 - 4 - 5 - 4 - 1 - 3 - 3 - 5 - 2 - 3 - 6 - 2 - 4 - 5
3 - 4 - 3 - 3 - 4 - 2 - 2 - 4 - 2 - 2 - 2 - 4 - 2 - 7 - 5

- Calcula la desviación estándar a partir de una distribución de frecuencias, considerando tres intervalos de clase.

Fuente: Resolvamos problemas 4. Cuadernos de matemática (2020, p.40)

En su lugar, Arteaga et al. (2017) proponen dedicar más tiempo al estudio de gráficos, así como a la realización e interpretación de gráficos, ya que estas actividades no resultan triviales, pese a ser fundamentales para el desarrollo de una cultura estadística en la población.

Elementos teóricos

Desde la Didáctica de la matemática se propone incorporar el razonamiento algebraico desde edades tempranas y el Enfoque Ontosemiótico ha propuesto un modelo teórico de niveles que permite reconocer grados de algebrización en las prácticas matemáticas cuando se resuelven situaciones problemas consideradas como algebraicas. El razonamiento algebraico se puede fomentar a través de actividades bien diseñadas que partan de conceptos que ya se conocen, como los aritméticos, y guiar a los estudiantes de forma progresiva hacia la generalización, la simbolización y el cálculo analítico (Godino et al., 2014).

En esa línea, en Godino et al. (2015) se plantea como una necesidad llevar a cabo procesos de formación de maestros que les permitan establecer conexiones con otros contenidos matemáticos para el desarrollo del razonamiento algebraico en sus estudiantes.

Diseño y experimentación

La experiencia desarrollada se llevó a cabo con docentes de matemáticas de secundaria y de universidad en ejercicio.

Se consideraron dos actividades. Para la primera, figura 3, se entregó una hoja con una proposición sobre criterios de divisibilidad, la cual hacía referencia a una caracterización de los números múltiplos de 7, distinta a la que se suele presentar en la escuela. Se solicitó estudiar su veracidad para casos particulares y luego justificarla para el caso general. La actividad demandaba emplear la descomposición de un número en base 10 y la definición de divisibilidad por 7. Estos conocimientos previos debían articularse y utilizarse para poner a prueba la proposición para un número general, representado en notación alfanumérica y validarla siguiendo un razonamiento del tipo si entonces.

Figura 3*Enunciado de la actividad 1***Trabajo individual**

- a) Aplique a 4 números de tres cifras el procedimiento descrito a continuación:

Números particulares	Multiplique la cifra de las centenas por 2, multiplique la cifra de las decenas por 3 y sume los resultados anteriores con la cifra de las unidades	¿El número que resulta es divisible por 7?	¿El número de 3 cifras de la primera columna es divisible por 7?
861	$8(2) + 6(3) + 1 = 35$	Sí	Sí
520	$5(2) + 2(3) + 0 = 16$	No	No

- b) ¿Es cierta la siguiente afirmación? ¿Por qué? Explique.

Si tengo un número de tres cifras que cumple que, al multiplicar la cifra de las centenas por 2, multiplicar la cifra de las decenas por 3 y sumar los resultados anteriores con la cifra de las unidades, se obtienen un número divisible por 7, entonces se cumple que el número de tres cifras dado inicialmente es divisible por 7.

Trabajo en parejas

- c) Comparen sus respuestas a la pregunta b). ¿Llegaron a la misma conclusión? Expliquen si fue así o si esto no ocurrió.
- c) ¿Se puede extender la afirmación para números de más cifras? De ser así, propongan un criterio de divisibilidad por 7, pero para números de 4 cifras. Expliquen.

La actividad contempló un momento de trabajo individual y otro en parejas. Si bien las prácticas matemáticas desarrolladas se enmarcaron dentro del desarrollo de la competencia de Resolución de problemas de cantidad, se hizo necesario el uso y transformación de expresiones algebraicas las cuales se asocian a la competencia de resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

La segunda actividad, figura 4, se refirió al estudio de un gráfico estadístico correspondiente a una curva de crecimiento. Para ello, se entregó una hoja impresa con la curva altura-edad de niñas entre 0 y 5 años, propuesta por la Organización Mundial de la Salud, la cual se encuentra disponible en <http://www.minsa.gob.pe/bvsminsa.asp>. Se plantearon preguntas para interpretar la gráfica y luego se planteó la necesidad de ajustar una curva a datos obtenidos experimentalmente, pero teniendo en cuenta el fenómeno de estudio. En esta etapa se permitió el uso de computadoras y de IA.

Figura 4*Enunciado de la actividad 2*

- a) Observa la gráfica de crecimiento infantil y comenta qué representa cada una de las curvas. ¿Qué información se necesita para determinar si una niña está creciendo bien?



Curvas de crecimiento de longitud/estatura para niñas de 0 a 5 años (puntajes Z).

Nota. Tomado de Norma Técnica de Salud para el Control de Crecimiento y Desarrollo de la Niña y el Niño Menor de Cinco Años (Anexo 8), por Ministerio de Salud del Perú, 2011, Ministerio de Salud. <http://www.minsa.gob.pe/bvsminsa.asp>

- b) A partir de los siguientes datos obtenidos sobre Gabriela, ¿qué se puede afirmar sobre el proceso de crecimiento de Gabriela? ¿Cómo se podría predecir su estatura durante los siguientes meses?

Edad (meses)	Estatura (cm)
6	60
12	68
18	72
24	75
36	82

Esta actividad fue resuelta individualmente. La situación se enmarca dentro del desarrollo de la competencia de Resolución de problemas de gestión de datos e incertidumbre; sin embargo, el ajuste de curvas requería de conocimientos previos sobre función lineal, función cuadrática y función exponencial, los cuales están asociados a la competencia de resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

RESULTADOS

En relación a la actividad 1, la mayoría de participantes realizó con éxito la primera parte de la actividad, la cual requería aplicar una secuencia de operaciones aritméticas a números particulares y verificar una afirmación en términos de divisibilidad por 7. Sin embargo, ante el pedido de analizar la validez de la proposición general se encontró que los argumentos dados fueron insuficientes ya que no consideraron

números de tres cifras abc , ni los descompusieron en base 10 como $100a + 10b + c$. Sus argumentos solo se basaron en los casos particulares estudiados previamente.

Por esa razón, fue necesario discutir en la plenaria la imposibilidad de demostrar una proposición a partir de casos particulares y la necesidad de considerar un caso general que requería, necesariamente del uso del lenguaje alfa numérico, así como de la aplicación de transformaciones a la expresión obtenida

$$100a + 10b + c = 98a + 2a + 7b + 3b + c$$

De modo que si se tiene como condición que la expresión $2a + 3b + c$ es divisible por 7, entonces el número abc también lo es. A partir de esta intervención, los participantes intentaron generalizar con éxito la proposición para números de cuatro cifras.

Para la primera pregunta de la actividad 2 que requería de la interpretación del gráfico, se discutió el significado de cada curva y su relación con los valores de la derecha -2, -1, 0, 1 y 2. Se asoció la curva central al crecimiento promedio y las curvas por encima y por debajo con aquellas que se alejaban del crecimiento promedio en una o dos desviaciones estándar, por encima o por debajo de la media, respectivamente. De esa manera, se trabajó el significado de media como un valor que representa a un conjunto de datos y que está dado por un gráfico y no como resultado de un cálculo con número particulares.

En la segunda parte de la actividad 2, se discutió el significado que podría darse a un conjunto de datos ubicados entre dichas curvas, así como la posibilidad de construir una nueva curva a partir de ellos. Para ello, los participantes emplearon los datos de la tabla dada en la parte b) e hicieron uso de un asistente basado en IA para modelar el crecimiento de la niña utilizando diferentes funciones (lineales, cuadráticas, exponenciales, etc.) Se discutió la validez de cada uno de los modelos para hacer predicciones en términos de su alcance temporal y de su relación con el fenómeno de estudio.

DISCUSIÓN

Los resultados de la primera actividad muestran que el análisis de la validez de proposiciones matemáticas, aunque hagan referencia a conceptos básicos como son los asociados a la divisibilidad, no es una tarea que los docentes de matemáticas de secundaria suelen realizar. Las tareas que involucran el análisis de nuevos criterios de divisibilidad, así como aquellas que plantean problematizar la validez de criterios ya conocidos tienen un gran potencial para desarrollar prácticas matemáticas que demanden generalizar resultados particulares, así como emplear representaciones algebraicas y transformarlas. Este tipo de trabajo debe incorporarse en la formación docente y también puede considerarse en la formación de estudiantes de Educación Básica con la intención de desarrollar su razonamiento algebraico.

La segunda actividad propició la discusión sobre el tipo de problemas que usualmente se plantean para el estudio de medidas de tendencia central y dispersión, los cuales se caracterizan por aplicar fórmulas y dar como respuesta números sin interpretar su significado en el contexto del problema. Las tareas de ajuste de curvas a datos obtenidos experimentalmente generaron la necesidad de emplear funciones para modelizar un fenómeno. En particular, las prácticas usuales desarrolladas cuando se estudia la función lineal, en donde la expresión analítica se obtiene a partir de dos puntos de paso, debió ser reemplazada por la técnica de regresión lineal en donde no se pretende que la recta pase por todos los puntos conocidos, sino que se busca minimizar la suma de las distancias. De esa manera, se mostró una manera de establecer conexiones entre la competencia de gestión de datos con la competencia de resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

Finalmente, con los avances de la IA, se cuenta con más recursos para incorporar situaciones que requieran modelización matemática de modo que el foco de atención se centre en discutir la validez y el alcance del modelo propuesto.

Este trabajo se desarrolló como parte del proyecto CAP PI1029 Razonamiento algebraico elemental generalizado para el desarrollo de las competencias matemáticas del currículo en Educación Secundaria, con el apoyo de la Pontificia Universidad Católica del Perú.

REFERENCIAS

- Arteaga, P., Vigo, J.M. y Batanero, C. (2017). Niveles de lectura de gráficos estadísticos en estudiantes de Formación Profesional. En J.M. Muñoz-Escolano, A. Arnal-Bailera, P. Beltrán-Pellicer, M.L. Callejo y J. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXI* (pp. 129-136). Zaragoza: SEIEM.
- Gaita, C., Wilhelmi, M. R., Ugarte, F., & Gonzales, C. (2022). General core curriculum for the development of elementary algebraic reasoning. In A. L. Manrique, & C. L. Oliveira (Eds.), *Anais IX CIBEM Congreso Iberoamericano de Educação Matemática* (pp. 3662-3673). University of Sao Paulo.
- Gascón, J. (2001). Reconstrucción de la divisibilidad en la Enseñanza Secundaria. *Quadrante: Revista Teórica e de Investigação, Lisboa*, 10 (2), 33-66.
- Godino, J. D., Aké, L., Gonzato, M. y Wilhelmi, M. R. (2014). Niveles de algebrización de la actividad matemática escolar. Implicaciones para la formación de maestros. *Enseñanza de las Ciencias*, 32(1), 199-219.
- Godino, J. D., Wilhelmi, M. R., Neto, T., Blanco, T. F., Contreras, A. Díaz-Batanero, C., Estepa, A., Lasa, A. (2015). Evaluación de Conocimientos Didáctico - Matemáticos sobre razonamiento algebraico elemental de futuros maestros. *Revista de Educación*, 370, 199-215.
- PERÚ. Ministerio de Educación del Perú (2016). *Curriculum Nacional de la Educación Básica*. 224p. Disponible en: <http://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/curriculo-nacional-de-la-educacion-basica.pdf>.
- Strømskag, H., & Chevallard, Y. (2022). Elementary algebra as a modelling tool: A plea for a new curriculum. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 42(3), 371-409.