Quintaesencia
Revista de Educación
ISSN 2076-5363 (en línea)

Quintaesencia [(2025), vol. 16, Núm. 2, pp 01-12]
DOI: https://doi.org/10.54943/rq.v16i2.699

Artículo original

Determinación del área de una parábola y la posición inicial de un chorro de agua: una propuesta demostrativa para la enseñanza de las matemáticas en 3ro de Bachillerato

Determination of the area of a parabola and the initial position of a water jet: a demonstrative proposal for the teaching of mathematics in 3rd year of Baccalaureate

Heiner Quimiz Soledispa [1, a]   **Erika Cedeño Azanki** [2, b]

[1] Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad Técnica de Manabí, Portoviejo, Manabí, Ecuador
hquimiz0362@utm.edu.ec
[a] ORCID: https://orcid.org/0009-0008-9765-9747
[2] Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad Técnica de Manabí, Portoviejo, Manabí, Ecuador
magaly.cedeno@utm.edu.ec
[b] ORCID: https://orcid.org/0000-0002-7067-3062

Información

Recibido: 02 de febrero del 2025
Aceptado: 12 de junio 2025

Palabras clave:

Funciones, Integrales, Geogebra, Enseñanza, Aprendizaje.

Resumen

El estudio abordó las dificultades de los estudiantes de tercer año de Bachillerato para comprender funciones cuadráticas y el cálculo del área bajo la curva, temas que suelen presentarse complejos en la enseñanza tradicional. Tuvo como objetivo principal fortalecer el aprendizaje sobre funciones cuadráticas y área bajo la curva en estudiantes de 3ro de Bachillerato mediante una propuesta didáctica que integrara tecnología y aplicaciones prácticas. Se adoptó un enfoque mixto que combinó análisis cuantitativo, basado en datos obtenidos de parábolas formadas por chorros de agua, y análisis cualitativo, centrado en las percepciones de los estudiantes. El diseño de la investigación fue no experimental y transversal, con un muestreo no probabilístico de quince estudiantes. En el análisis, se utilizaron herramientas de medición y el software GeoGebra para representar gráficamente las parábolas y calcular el área bajo las curvas. Los resultados reflejaron que el uso de GeoGebra facilitó la visualización y comprensión de los conceptos. Además, más del 70% de los estudiantes evaluaron positivamente la claridad, relevancia y utilidad de la metodología. Se concluyó que esta propuesta promovió un aprendizaje significativo al conectar teoría y práctica, destacando su adaptabilidad a diversos entornos educativos y su potencial interdisciplinario. Se recomendó explorar la efectividad a largo plazo del enfoque y su implementación en poblaciones más amplias.

Information

Keywords:
Functions, Integrals, Geogebra, Teaching, Learning.

Abstract

The study addressed the difficulties third-year high school students face in understanding quadratic functions and calculating the area under the curve, topics that are often presented as complex in traditional teaching. Its main objective was to strengthen learning about quadratic functions and the area under the curve among third-year high school students through a teaching approach that integrated technology and practical applications. A mixed-method approach was adopted, combining quantitative analysis, based on data obtained from parabolas formed by water jets, and qualitative analysis, focusing on students' perceptions. The research design was non-experimental and cross-sectional, with a non-probability sample of fifteen students. Measurement tools and GeoGebra software were used in the analysis to graphically represent the parabolas and calculate the area under the curves. The results showed that the use of GeoGebra facilitated the visualization and understanding of the concepts. Furthermore, more than 70% of the students positively evaluated the clarity, relevance, and usefulness of the methodology. It was concluded that this approach promoted meaningful learning by connecting theory and practice, highlighting its adaptability to diverse educational settings and its interdisciplinary potential. It was recommended that the approach's long-term effectiveness and implementation in broader populations be explored.

INTRODUCCIÓN

La enseñanza de las matemáticas enfrenta frecuentes desafíos al instante de captar el interés de los estudiantes y garantizar una comprensión adecuada sobre los conceptos. Este artículo aborda la problemática relacionada con la dificultad de los estudiantes para comprender funciones e integrales, temas, que son parte del programa de estudio.

En primera instancia, la educación es considerada como la base del desarrollo del ser humano, debido a que sus principios se enfocan en función al conocimiento que se encuentra en el entorno, acciones claras, que se pueden denotar en un aula de clases. Es por eso que, Álvarez, (2007) afirma lo siguiente:

> Observar el aprendizaje de los alumnos en su acción, implica conocer sus antecedentes (su estructura idiosincrásica) para así comprender el estilo cognoscitivo de cada estudiante, así nos acercamos a la observación potencial del proceso de los cambios cognoscitivos que modifican la estructura idiosincrática del estudiante, en la construcción de su aprendizaje o conocimiento: cómo adquiere, cómo retiene y cómo transfiere los significados nuevos a nuevos aprendizajes. (p.48).

Por lo general, la falta de capacitación al personal docente de Matemáticas es evidente, en gran medida, no se acoplan al currículo o se siente que este, no se muestra como una solución ante las necesidades que requieren los estudiantes, en este contexto educativo, Bravo (2020, p. 116) considera que “El docente aún desarrolla su clase con metodologías tradicionales y tiene recelo de usar las tecnologías, que no compatibiliza con la propuesta del Ministerio de Educación, estas inconsistencias entre los elementos nos llevan más adelante a analizar en detalle esta situación”.

Por otro lado, se tiene en cuenta que los métodos tradicionales limitan la comprensión de diversos conceptos numéricos, para evitar aquello es preferible “fomentar la motivación intrínseca en los estudiantes, ya que, puede mejorar significativamente su rendimiento académico y promover un aprendizaje más profundo” (Sandoval, Vázquez, Huerta , Filobello, & Magorga , 2022).

Además, el desinterés en los estudiantes es muy notoria en una clase de matemáticas, tal como se mencionó anteriormente, lo tradicional ya no está funcionando, lo cual, provoca que aumente sus dificultades de aprendizaje y se vuelva una asignatura con mayor complejidad o ambigüedad, de acuerdo a las investigaciones de Acosta (2024), los docentes deberían tener en cuenta la siguiente recomendación:

> Los profesores podrían incorporar actividades más interactivas y atractivas en matemáticas o brindar apoyo más personalizado a los estudiantes con dificultades. Además, los profesores pueden trabajar para construir relaciones más sólidas con los estudiantes que tal vez no participen activamente para comprender mejor sus necesidades e intereses. (p.107).

A pesar de que, en la actualidad, se cuenta con una gama de recursos tecnológicos enfocados en el área de la educación, la enseñanza de las matemáticas sigue limitándose a “explicar procedimientos, como si fueran una creencia influenciada por las actividades del salón de clases y evita lograr los aprendizajes de los estudiantes, más allá de explicar procedimientos” (Del Socorro, Cortés , & Rodriguez, 2020). Esto, revela la necesidad de enfoques pedagógicos innovadores y contextualizados, especialmente, de recursos que aborden la enseñanza efectiva en problemas matemáticos en situaciones prácticas.

Los temas que resaltan en la propuesta didáctica son funciones cuadráticas y área bajo la curva, estos, siempre se manifiestan con mayor dificultad en tercero de bachillerato al instante que el docente los incluye para encontrar el área bajo la curva de una función de segundo grado. Entonces, como las destrezas con criterio de desempeño y los objetivos relacionados a funciones cuadráticas no son en su mayoría completados o logrados, causan problemas que se manifiestan en este nivel de estudio. Esto lo afirman Hernández, García & Campo (2023, p. 125) que “Cuando se trabaja la ecuación cuadrática una de las principales dificultades es realizar operaciones algebraicas y aritméticas (conexión procedimental), pues, al desarrollarlas de forma errónea, es imposible llegar a un resultado correcto y alcanzar el dominio conceptual de dicha ecuación”.

El área bajo la curva es un tema esencial en la enseñanza del cálculo integral. Sin embargo, este contenido se presenta de manera limitada en el currículo de matemáticas para 3ro de Bachillerato, abordando solo introducciones y aplicaciones básicas, sin embargo, algunos docentes algunos docentes han señalado que la complejidad de estos temas a menudo genera confusión y desinterés en los estudiantes, por ende, Barrada (2021), enfatiza que:

> Con respecto al cálculo, los profesores no se deben enfocar solo en dar a conocer los contenidos temáticos de la asignatura, sino que también deben considerar los factores afectivos y metacognitivos de sus estudiantes con el objetivo de disminuir las dificultades presentadas en el aprendizaje de las matemáticas. (p. 22).

El objetivo principal de esta investigación es fortalecer el aprendizaje sobre funciones cuadráticas y área bajo la curva en estudiantes de 3ro de Bachillerato, para desarrollar una base conceptual sólida mediante un enfoque práctico y aplicado, justificándolo por su potencial, para hacer que los conceptos abstractos sean más interactivos y accesibles en los estudiantes.

La educación matemáticas demanda soluciones innovadoras que integren la tecnología y la pedagogía moderna (Coloma, Juca, & Celi, 2019), por lo cual, es estudio propuesto se alinea con dichas tendencias, de tal forma, que contribuyen a la mejora del rendimiento académico y a la motivación estudiantil.

Es por estas razones que el presente artículo se organiza para mostrar una propuesta didáctica que facilite la enseñanza y aprendizaje de los temas mencionados anteriormente, a través de la recolección de datos en ejemplos cotidianos que, en esta ocasión, el problema de aplicación es desarrollado por los autores y en conjunto del software Geogebra, con la finalidad de, obtener una mayor comprensión gráfica. Cabe recalcar que, con esto, se busca explicar la importancia de la actividad práctica como propuesta demostrativa, así, se transformaría las aulas de tercero de Bachillerato en espacios dinámicos para la enseñanza de las matemáticas, lo que permite al estudiante explorar diversas fuentes de información y generar nuevas ideas, reflexiones y divulgar lo que producen (Luzuriaga & Barrera, 2023).

MATERIAL Y MÉTODOS

El presente estudio adopta un enfoque mixto, por lo que, de forma cuantitativa se centra en el análisis de datos numéricos relacionados con las parábolas generadas y los cálculos matemáticos asociados, mientras que, cualitativamente se consideran las percepciones y experiencias de los estudiantes al aplicar la estrategia propuesta.

El tipo de investigación es aplicada, ya que, busca resolver un problema práctico de autoría propia relacionado con la enseñanza de las matemáticas en tercer año de Bachillerato. Además, es descriptivo-explicativo, porque describe el impacto del aprendizaje en funciones cuadráticas y área bajo la curva.

Por otro lado, el nivel de investigación es exploratorio, dado que muestra un enfoque pedagógico poco abordado, con un alcance contextualizado a los estudiantes de tercer año de Bachillerato de varias instituciones educativas, que adapten las estrategias a sus necesidades y realidades.

Cabe recalcar que el diseño de la investigación es no experimental y transversal, ya que no se manipulan las variables de estudio y la recolección de datos se realiza en un momento específico del tiempo. Esto va dirigido hacia una población conformada por estudiantes de tercer año de Bachillerato, donde, se seleccionaron mediante un muestreo no probabilístico por conveniencia, dado que 15 estudiantes se ofrecieron voluntariamente para el estudio, a los cuales, se les consultó su opinión sobre la utilidad e importancia de esta propuesta didáctica.

El proceso se estructuró en varias etapas, en la primera, se recolectaron datos matemáticos mediante imágenes, lo cual se muestra en la figura 1 y 2.

Figura 1

Parábola formada por un chorro de agua que es expulsada por una llave de paso ubicada en la base del suelo.

Figura 2

Parábola formada con un chorro de agua expulsado de una manguera conectada con una pistola de riego a una altura de 1.10m.

Luego se obtuvieron las medidas aproximadas utilizando herramientas de medición, lo cual, se muestra en la tabla 1 y 2.

Tabla 1

Datos obtenidos de la parábola formada por el chorro de agua expulsada desde la llave localizada en el suelo.

Altura del chorro	Distancia recorrida del chorro	Mitad de la distancia del chorro	Punto inicial.
1.11 m	3.5 m	1.75 m	0

Tabla 2

Parábola formada con un chorro de agua expulsado de una manguera conectada con una pistola de riego a una altura de 1.10m

Altura inicial	Distancia recorrida del chorro	Mitad de la distancia del chorro	Altura del chorro
1.10 *m*	4.50 m	2.25 m	2.20 m

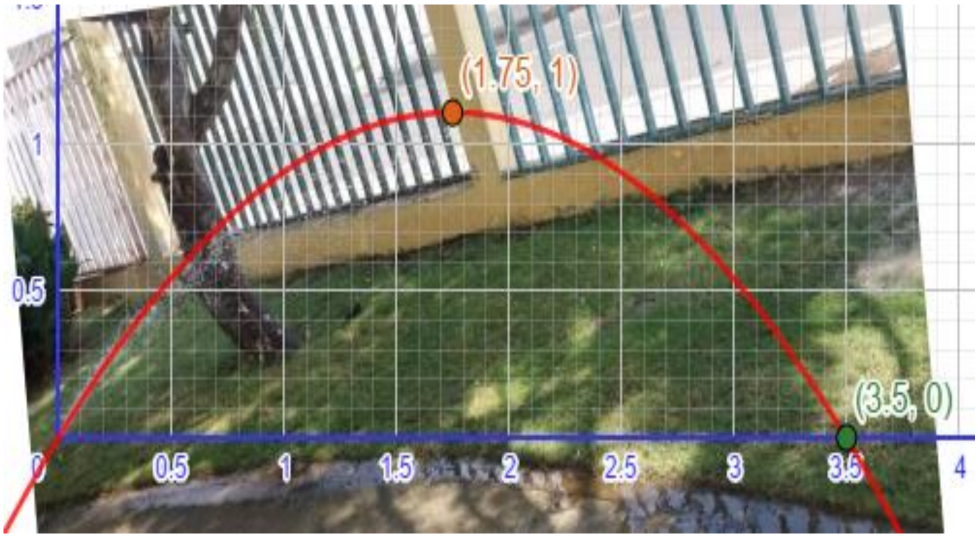
En la segunda etapa se analizaron dos casos de estudios en función a los datos anteriores, mientras que en la tercera y última etapa de la propuesta, se analizaron los datos obtenidos con Geogebra, lo cual, se detalla a continuación:

Caso de estudio 1: Chorro de agua formado desde la base.

Como primer ejemplo para la propuesta demostrativa se tiene un movimiento parabólico formado desde la base del césped, esto se logró precisar con Geogebra, dicha situación se observa en la figura.

Figura 3

Trazo de la trayectoria del chorro de agua de la figura 1, con los puntos para obtener su función cuadrática.



Para hallar la ecuación de una parábola con las coordenadas del vértice y un punto *P,* se utiliza la siguiente ecuación:

$$y = a(x - h)^2 + v \qquad [1]$$

Donde:

- $a =$ especifica la dirección de la parábola.
- $h =$ la abscisa del vértice (h, v)
- $v =$la ordenada del vértice $(h, \boldsymbol{v})$.
- $x, y =$ las coordenadas del punto *P.*

Primero, se reemplazan los datos en la ecuación 1.

$$0 = a(3.5 - 1.75)^2 + 1.11$$

$$0 = a(3.06) + 1.11$$

Por consiguiente, se despeja el valor de *a.*

$$-1.11 = a(3.06)$$

$$-\frac{1.11}{3.06} = a$$

$$-0.363 = a$$

Después, el valor de *a* y las coordenadas del vértice son reemplazados en la fórmula estándar y se factoriza el binomio localizado entre paréntesis.

$$y = -0.363(x - 1.75)^2 + 1.11$$

$$y = -0.363(x^2 - 3.5x + 3.06) + 1.11$$

Además, se efectúan las operaciones correspondientes, y por último, se obtiene la función de la parábola expresada en la siguiente forma:

$$f(x) = -0.363x^2 + 1.27x$$

Luego de obtener la función cuadrática $f(x)$, se efectúa el cálculo de área bajo la curva con integral definida en el intervalo $[0, 3.5]$.

$$f(x) = -0.363x^2 + 1.27x$$

$$A = \int_0^{3.5} (-0.363x^2 + 1.27x)dx$$

Por consiguiente, se integran los elementos de la función $f(x)$, teniendo en cuenta las reglas de inegración con exponentes, e incluso, indicando el intervalo proporcionado al área a calcular, (Gonzáles, 2007).

$$A = \int -0.363x^2\,dx + \int 1.27x\,dx \Big|_0^{3.5}$$

$$A = -0.363 \int x^2 dx + 1.27 \int x\,dx \Big|_0^{3.5}$$

$$A = -0.363\frac{x^3}{3} + 1.27\frac{x^2}{2}\Big|_0^{3.5}$$

Asimismo, se efectua con la regla de Barrow, donde cada valor del intervalo dado es sustituido individualmente entre la diferencia de la integral definida de la función $f(x)$.

$$A = \left[-0.363\left(\frac{(3.5)^3}{3}\right) + 1.27\left(\frac{(3.5)^2}{2}\right)\right]^{3.5} - \left[-0.363\left(\frac{(0)^3}{3}\right) + 1.27\left(\frac{(0)^2}{2}\right)\right]^{0}$$

$$A = [2.59] - [0]$$

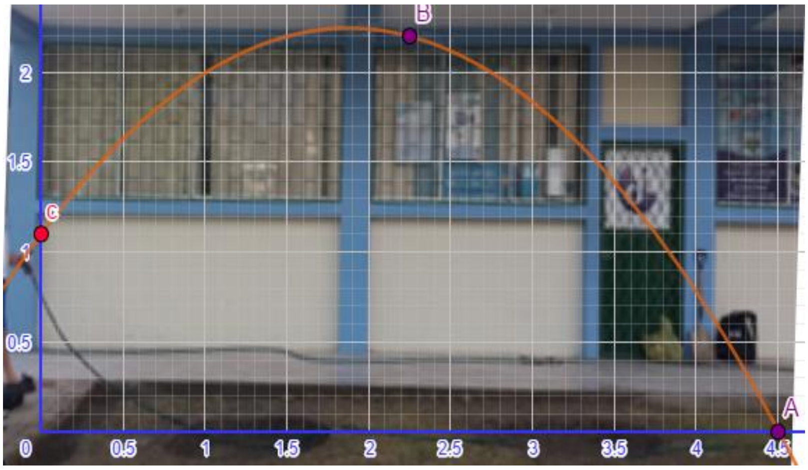
$$A = 2.59U^2$$

Caso de estudio 2: Chorro de agua formado desde una altura determinada

El estudio que se presenta en este segundo caso, está relacionado de que el chorro de agua se proyecta desde una altura 1.1 m., el chorro forma una parábola cóncava hacia abajo.

Figura 4

Foto de un chorro de agua originado a los 1.1 m de altura formando una parábola cóncava.



Para el caso que se observa en la figura 4, se presenta una gráfica que corta al eje $\boldsymbol{y}$, denotando así que el valor obtenido con la medida de 1.1 m corresponde a un punto que determinaremos como $\boldsymbol{c}$, por lo tanto, la parábola que forma el chorro de agua es aplicable con la ecuación:

$$ax^2 + bx + c = 0 \qquad [2]$$

Para encontrar los valores de $\boldsymbol{a}$ y de $\boldsymbol{b}$ se recomienda implementar un sistema de ecuación con dos incognitas, por lo tanto, se reemplazan los puntos **A** y **B** en la ecuación general con el valor de $\boldsymbol{c}$ para establecer las dos ecuaciones.

- $\boldsymbol{A(4.5,\ 0)\ y\ c = 1.10}$

$$a(4.5)^2 + b(4.5) + 1.10 = 0$$

$$20.3a + 4.5b = -1.10 \qquad [3]$$

- $\boldsymbol{B\ (2.25,\ 2.2)\ y\ c = 1.10}$

$$a(2.25)^2 + b(2.25) + 1.10 = 2.2$$

$$5.06a + 2.25b = 1.10 \qquad [4]$$

Determinado el sistema de ecuaciones con 2 incognitas, utilizando las ecuaciones 3 y 4 mostradas anteriormente, por ende, se despejan los terminos mediante el método de reducción o cualquiera de los métodos conocidos.

$$\begin{cases} 20.3a + 4.5b = -1.10 & multiplicando\ por\ (-5.06) \\ 5.06a + 2.25b = 1.1 & multiplicando\ por\ (20.3) \end{cases}$$

Se despeja ***b.***

$$\begin{array}{r} -102.718a - 22.770b = 5.566 \\ 102.718a + 45.675b = 22.330 \\ \hline 22.905b = 27.896 \end{array}$$

$$b = \frac{27.896}{22.905}$$

$$b = 1.22$$

El valor obtenido de $b = 1.22$ es reeemplazado en cualquiera de las dos ecuaciones, en este caso, se escojió la ecuacion 2 y despejo ***a.***

$$20.3a + 4.5(1.22) = -1.10$$

$$20.3a = -6.59$$

$$a = -\frac{6.59}{20.3} \qquad a = -0.325$$

Los valores de a y b se reemplazan en la función $f(x)$, quedando de la siguiente manera:

$$f(x) = -0.325x^2 + 1.22x + 1.10$$

Ahora, se va a encontrar el área bajo la curva que forma la parábola del chorro de agua expulsado a una altura de 1.10m, por lo tanto, se vuelve a incrementar el cálculo de la integral definida con un intervalo de $[0, 4.5]$.

$$A = \int_0^{4.5} (-0.325x^2 + 1.22x + 1.10)dx$$

De lo cual se integran cada uno de los terminos de la función, indicando el intervalo correspondiente.

$$A = \int -0.325x^2\,dx + \int 1.22x\,dx + \int 1.10dx\Big|_0^{4.5}$$

$$A = -0.325\int x^2 + 1.22\int xdx + 1.10\int dx\Big|_0^{4.5}$$

$$A = -0.325\frac{x^3}{3} + 1.22\frac{x^2}{2} + 1.10x\Big|_0^{4.5}$$

Como siguiente paso, se emplea la regla de Barrow, sustituyendo cada valor del intervalo entre la diferencia de la integral consguida anteriormente.

$$A = \left[-0.325\left(\frac{(4.5)^3}{3}\right) + 1.22\left(\frac{(4.5)^2}{2}\right) + 1.10(4.5)\right]^{4.5}$$

$$-\left[-0.325\left(\frac{(0)^3}{3}\right) + 1.22\left(\frac{(0)^2}{2}\right) + 1.10(0)\right]^{0}$$

$$A = [7.43] - [0]$$

$$A = 7.43\ U^2$$

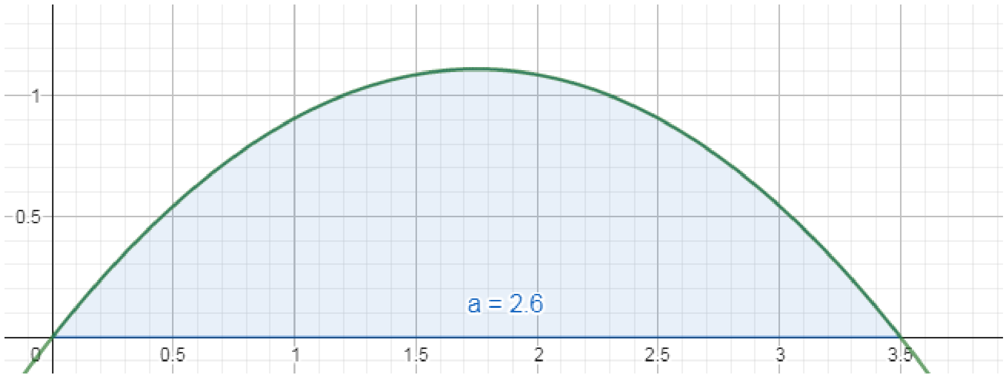
RESULTADOS

Los principales hallazgos del estudio reflejan el impacto de la propuesta didáctica en la enseñanza de las funciones cuadráticas y en áreas bajo la curva, lo cual, se describe a continuación.

En el primer caso de estudio, al utilizar el programa gráfico Geogebra, se representa el área correspondiente a la parábola original del chorro de agua descrito desde la base del césped, el valor $A = 2.31\text{u}^2$ muestra el área que ocupa mientras la llave que expulsa el agua está habilitada, lo cual, se observa en la siguiente figura.

Figura 5

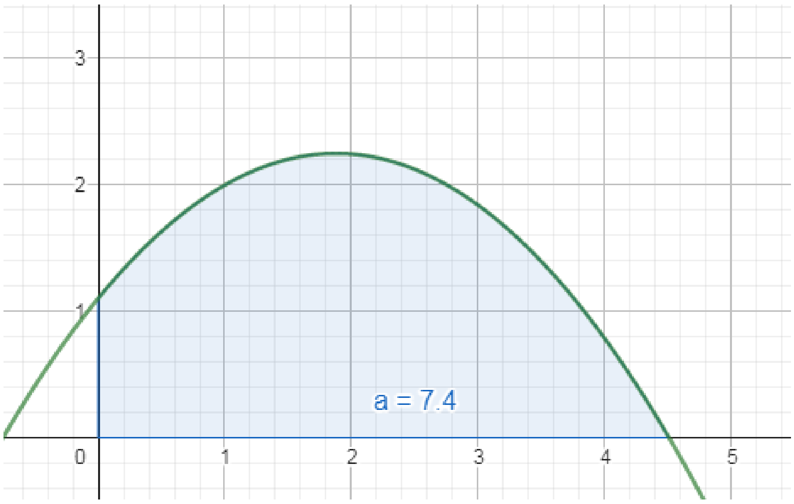
Área bajo la curva del chorro de agua desde la base al utilizar el programa gráfico Geogebra.



Para el segundo caso de estudio, con el programa gráfico Geogebra se aprecia el área que ocupa el chorro de agua expulsado desde una altura de $1.1m$ siendo de $A = 7.43\ m^2$, un valor que indica que mayor cantidad de césped será regado mientras la llave está abierta, esto, se aprecia en la figua 6.

Figura 6.

Área bajo la curva del chorro de agua graficada en el programa Geogebra que da inicio a una altura de 1.10m.



Por otro lado, a los estudiantes que se seleccionaron al azar, se les presentó la propuesta y dieron su percepción acerca de la misma, donde se tuvo en cuenta, la claridad, relevancia y el uso del Software Geogebra, esto, se describen a continuación:

Tabla 3

Resultados sobre apreciaciones de los estudiantes seleccionados al azar

Aspectos Evaluados	Estudiantes	Porcentaje	Comentario
Claridad	13	87%	Los ejemplos prácticos ayudaron a comprender mejor los conceptos matemáticos.
Relevancia	11	73%	La vinculación con situaciones reales motivó a los estudiantes en el proceso de aprendizaje.
Uso de Geogebra	14	93%	GeoGebra facilitó la visualización de las parábolas y el cálculo del área bajo la curva.

En la tabla 3, se observa que el 87 % de los estudiantes determinaron que los ejemplos prácticos son de gran relevancia para comprender los conceptos de los temas propuestos, por otra parte, el 73% sintieron motivación al instante de incluir situaciones reales para explicar un tema de matemáticas, mientras que el 93% apreciaron de forma adecuada las gráficas al incluir el programa Geogebra.

Al presentar dos casos de estudios, se logró que los estudiantes puedan contrastar diversas formas de proyectar las parábolas la variación de área; por lo que, permitió una validación óptima en la encuesta realizada, así se logró mostrar que el modelo didáctico refuerza la capacidad de los estudiantes para interpretar y aplicar los conceptos complejos.

DISCUSIÓN

El material didáctico propuesto no solo sirve como herramienta valiosa para los estudiantes, sino también como recurso fundamental para los docentes. Para los estudiantes, se presenta de manera accesible, que permite la comprensión profunda y la conexión de teoría con práctica. Para los docentes, se desarrolla como guía estructurada para la enseñanza, estimulando la participación activa que enriquecer la experiencia del aprendizaje.

No obstante, la complejidad en la aplicación de funciones a problemas reales, en temas relacionado al cálculo integral, se presentarán como desafíos en la enseñanza, debido a que frecuentemente "se lo ha llevado a una enseñanza que se enfoca en procedimientos establecidos sin incorporar nuevas técnicas o enfoques" (Sandoval, Vázquez, Huerta , Filobello, & Magorga , 2022).

Otra problemática, es la falta de recursos didácticos por parte de la comunidad docente, provocando que "la metodología de enseñanza sigue siendo tradicional, con énfasis en que los estudiantes reproduzcan procedimientos previamente realizados por los docentes" (Advíncula, Beteta, León , Torres, & Montes, 2021). Hay que hacer énfasis que el sistema educativo público no cuenta con los mismos recursos tecnológicos que el privado, según Carneiro, Toscano, & Díaz (2021, p.162) "la inexistencia o inadecuación del software, supone que los docentes desistan en su intento por incorporarlo modelos pedagógicos". Es por eso, que el material propuesto se adapta a ambos entornos, ofreciendo una solución ante la enseñanza matemática.

En general, este trabajo aporta una estrategia didáctica innovadora al combinar elementos tecnológicos con datos del entorno en la enseñanza de funciones cuadráticas y área bajo la curva. A diferencia de propuestas tradicionales, donde los conceptos se presentan de forma abstracta, este modelo permite a los estudiantes interpretar y aplicar los cálculos en contextos prácticos, por lo cual se mostró una aprobación entre el 87% al 93% de los estudiantes seleccionados, lo que refuerza significativamente su comprensión. Esto se debe a que los estudiantes “aprenden con mayor facilidad a partir del uso de imágenes, documentos electrónicos, juegos interactivos o el uso de plataformas virtuales” (Lucas & Zambrano, 2023).

CONCLUSIONES

La propuesta didáctica muestra evidencia de ser una herramienta eficaz para la enseñanza de funciones cuadráticas y cálculo del área bajo la curva en estudiantes de tercer año de Bachillerato.

Al integrar el uso de GeoGebra y ejemplos de situaciones cotidianas, se fomentó un aprendizaje significativo, promoviendo una conexión directa entre la teoría y la práctica.

Su adaptabilidad destaca mayores atribuciones, permitiendo así, su aplicación tanto en instituciones privadas como en el sector fiscal, donde suelen existir limitaciones en recursos. Además, este enfoque innovador tiene la posibilidad de ampliarse a otras áreas como Física, ya que, al analizar trayectorias parabólicas y movimientos de fluidos, se reforzaría como recurso interdisciplinar.

Posibles áreas de investigación futura podrían incluir la evaluación a largo plazo del impacto de este enfoque pedagógico en el rendimiento académico de los estudiantes, así como la exploración de otras herramientas tecnológicas y estrategias para enriquecer aún más la enseñanza de matemáticas en niveles de Bachillerato. Investigar la adaptabilidad de esta metodología a diferentes entornos educativos y la percepción de los estudiantes sobre la efectividad de esta propuesta también podría ser un área de interés, especialmente si se realiza en una institución en específica con una población mayor a la estudiada.

REFERENCIAS

Acosta, A. (2024). Métodos de enseñanza y aprendizaje de matemáticas en Bachillerato. *Revista de la Universidad Cesar Vallejo, Perú, 28*(123), 102-110. Obtenido de https://ve.scielo.org/pdf/uct/v28n123/2542-3401-uct-28-123-102.pdf

Advíncula, E., Beteta, M., León , J., Torres, I., & Montes, M. (2021). El conocimiento matemático del profesor acerca de la parábola : diseño de un instrumento para investigación. *Revista Uniciencias de la Universidad Nacional de Costa Rica, 35*(1), 190-209. Obtenido de https://www.scielo.sa.cr/pdf/uniciencia/v35n1/2215-3470-uniciencia-35-01-190.pdf

Álvarez, A. (2007). La educación como base del desarrollo del ser humano: modelo centrado en el aprendizaje. *Educere, 11*(36), 47-52. Obtenido de https://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1316-49102007000100007

Barrada, U. (2021). Recursos digitales como apoyo en la enseñanza del cálculo. *Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo, 12*(23), 1-23. Obtenido de https://www.scielo.org.mx/pdf/ride/v12n23/2007-7467-ride-12-23-e030.pdf

Bravo, F. (2020). Importancia del currículo, texto y docente en la clase de matemática. *Revista Científica UISRAEL, 7*(2), 113-124. Obtenido de http://scielo.senescyt.gob.ec/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2631-27862020000200109

Carneiro, R., Toscano, J., & Díaz , T. (2021). *Los desafíos de las TIC para el cambio educativo.* Quito: Fundación Santillana. Obtenido de https://www.oei.es/uploads/files/microsites/28/140/lastic2.pdf

Coloma, M., Juca, J., & Celi, F. (2019). Estrategias metodológicas lúdicas de matemáticas en bachillerato general unificado. *Revista Espacios, 40*(21), 25-30. Obtenido de https://www.revistaespacios.com/a19v40n21/a19v40n21p15.pdf

Del Socorro, M., Cortés , J., & Rodriguez, F. (2020). "Aprender matemáticas es resolver problemas”: creencias de estudiantes de bachillerato. *Revista de investigación educativa de la Rediech, 11*(1), 1-17. doi:https://doi.org/10.33010/ierierediech.v11i0.726

Gonzáles. (2007). *integral definida*. Obtenido de personales unican. es: https://personales.unican.es/gonzaleof/Sociales_2/areasS2.pdf

Hernández, M., García, J., & Campo, K. (2023). Conexiones matemáticas asociadas al concepto de ecuación cuadrática que establecen futuros profesores de matemáticas. *Uniciencias, 37*(1), 1-26. Obtenido de https://www.scielo.sa.cr/pdf/uniciencia/v37n1/2215-3470-uniciencia-37-01-228.pdf

Lucas, D., & Zambrano, E. (2023). Las tecnologías de la información y comunicación como herramienta y su uso por docentes de matemática. *Revista Uniandes EPISTEM, 10*(3), 356-364. doi:https://doi.org/10.61154/rue.v10i3.3027

Luzuriaga , P., & Barrera, H. (2023). Aprendizaje basado en retos y el desarrollo del razonamiento lógico-matemático en contextos reales. *Revista Uniandes EPISTEME, 10*(1), 119-133.

Sandoval, M., Vázquez, H., Huerta , J., Filobello, U., & Magorga , D. (2022). integración, La didáctica del cálculo integral: el caso de los procedimientos de integración. *Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo, 13*(25), 2-28. Obtenido de https://www.scielo.org.mx/pdf/ride/v13n25/2007-7467-ride-13-25-e006.pdf