

## Artículo original

# Modelo metodológico y didáctico para el desarrollo del razonamiento matemático

## Methodological and didactic model for the development of mathematical reasoning

**Flaviano Armando Zenteno Ruiz** <sup>1,a</sup>      **Armando Isaías Carhuachin Marcelo** <sup>2,b</sup>

**Tito Armando Rivera Espinoza** <sup>3,c</sup>      **Guillermo Gamarra Astuhuaman** <sup>4,d</sup>

<sup>1</sup> Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión, Pasco, Perú

<sup>a</sup> ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3348-9423>

[armandozenteno77@gmail.com](mailto:armandozenteno77@gmail.com)

<sup>2</sup> Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión, Pasco, Perú

<sup>b</sup> ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9463-4984>

[armandois61@hotmail.es](mailto:armandois61@hotmail.es)

<sup>3</sup> Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión, Pasco, Perú

<sup>c</sup> ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-8511-583X>

[tare\\_mundial@hotmail.com](mailto:tare_mundial@hotmail.com)

<sup>4</sup> Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión, Pasco, Perú

<sup>d</sup> ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5385-8655>

---

### Información

Recibido: 07/05/2017.

Aceptado: 24/08/2017.

#### Palabras clave:

Razonamiento matemático, modelo didáctico, modelo metodológico.

---

### Resumen

La investigación concluyente es que los efectos que produce el modelo metodológico y didáctico en el desarrollo del razonamiento matemático; el problema general de investigación fue: ¿Cómo influye el modelo metodológico y didáctico para el desarrollo del razonamiento matemático en los estudiantes del Laboratorio de Investigación e Innovación Pedagógica de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión de Pasco - 2016?, cuyos soportes teóricos fueron: Pólya (1975), Corvalán (1995), Perelman (1978), y Zenteno (2005), sobre enseñanza aprendizaje de matemática y habilidades y estrategias docentes; la metodología de investigación considero el diseño pre experimental pretest y postest, con grupos establecidos, los instrumentos de investigación fueron validados mediante el juicio de expertos, los resultados permiten dar conclusiones como: la propuesta es viable porque el grupo experimental muestra un promedio de 61,03; coeficiente de variación de 0.28 y el estadístico  $Z=8,56$  que valida la hipótesis de investigación establecida que mostrar que influye significativamente en el desarrollo del razonamiento matemático, destacando la práctica constante de la autonomía, autodirección y autorregulación, toda vez que el Laboratorio de la UNDAC de Pasco; es una institución educativa de Educación Básica Regular.

---

### Information

#### Keywords:

Mathematical reasoning, didactic model, methodological model.

---

### Abstract

The conclusive research is that the effects produced by the methodological and didactic model in the development of mathematical reasoning; the general research problem was: How does the methodological and didactic model influence the development of mathematical reasoning in the students of the Laboratory of Pedagogical Research and Innovation of the National University Daniel Alcides Carrión of Pasco - 2016? whose theoretical supports were: Pólya (1975), Corvalán (1995), Perelman (1978), and Zenteno (2005), on teaching mathematics learning and teaching skills and strategies; the research methodology considered the pre-experimental pretest and post-test design, with established groups, the research instruments were validated through expert judgment, the results allow giving conclusions such as: the proposal is viable because the experimental group shows an average of 61.03; coefficient of variation 0.28 and the statistic  $Z=8.56$  which validates the research hypothesis established to show that it significantly influences the development of mathematical reasoning, highlighting the constant practice of autonomy, self-direction and self-regulation, since the UNDAC Laboratory of Pasco is an educational institution of Regular Basic Education.

## INTRODUCCIÓN

Uno de los grandes problemas que enfrentan los estudiantes de la educación básica en la actualidad es el uso no adecuado de los conocimientos matemáticos en la resolución de problemas para el desarrollo del razonamiento matemático, asunto que se encuentra estático en estos momentos, la clave para obtener buenos resultados en ciertos exámenes tanto nacionales (ECE), como internacionales (PISA).

Se presente el problema general de investigación:

¿Cómo influye el modelo metodológico y didáctico para el desarrollo del razonamiento matemático en los estudiantes del Laboratorio de Investigación e Innovación Pedagógica de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión de Pasco - 2016?

### Soportes teóricos

Se han revisado los materiales como: Perelman (1978), George Pólya (1950), Corvalán (1995), Eduardo Mancera (2000), Armando Zenteno Ruiz (2005), Carbonero, Román, Martín-Antón y Reoyo (2009) entre otros. Considerando por ejemplo el aporte de Carbonero, Miguel A.; Román, José M.ª; Martín-Antón, Luis J.; Reoyo, Natalia (2009), respecto a las habilidades de los docentes se tiene:

Las “habilidades docentes Motivadoras”, con cinco dimensiones: 1. Habilidades de instrucción: son las actividades, las experiencias y los conocimientos disciplinares, estrategias de instrucción, organización y planificación de las sesiones de clase y las tareas, cuidado en las explicaciones y uso de recursos materiales para mediar en un mejor aprendizaje del alumnado. 2. Control del alumnado: Grado de control disciplinario y normas de comportamiento; nivel de libertad de movimiento; conversación y participación en la clase. Referidas por lo tanto al control e implicación del alumnado y con el alumnado, centrándose en la supervisión y control del aprendizaje. 3. Evaluación: Procedimientos de valoración: tipo y número de evaluaciones del trabajo del alumno, criterios, uso de la evaluación como guía para la instrucción. Uso de sistemas de evaluación encaminados hacia la adecuada retroalimentación del aprendizaje. 4. Motivación: Técnicas y procedimientos de motivación, encargados de fomentar el interés a través de refuerzos extrínsecos y el desarrollo y fomento de refuerzos intrínsecos. Maneras de crear la motivación entre los alumnos en el aula. 5. Habilidades Sociales: comportamientos y disposiciones específicas para el establecimiento de relaciones sociales efectivas. Haciendo referencia a las relaciones entre el profesor y el alumnado, con base en una adecuada interacción o mediación social (p.8).

También considerando el aporte de Pólya (1975), se concreta que para resolver un problema en matemática hay que pasar por cuatro etapas fundamentales como son: La comprensión del problema que consiste en reconocer la incógnita, en saber que debe darse como respuesta, luego sigue la búsqueda de estrategias para abordar el problema y darle solución, aquí se pone de manifiesto la experiencia y habilidad del estudiante para generar ideas, para luego continuar con la aplicación de estas estrategias identificadas de una manera adecuada para dar solución al problema; para que posteriormente en la última etapa realice una revisión de todo el proceso seguido y valide sus procedimientos y los sistematice.

Por otro lado también se considera la experiencia desarrollada por Zenteno (2005), que para resolver problemas hay que seguir ocho procedimientos como: Primero parte de la formulación de problemas, luego se estima las posibles soluciones en forma individual o grupal, posteriormente se socializa estas posibles soluciones, para que las de consenso sean aplicados para resolver el problema o problemas formulados, con esas soluciones se elige la temática a tratar, se desarrollan estos temas y nuevamente se vuelve a formular nuevos problemas para seguir los procedimientos aplicados anteriormente.

## MATERIAL Y MÉTODOS

Hipótesis: Si se aplica el modelo metodológico y didáctico: autonomía, autodirección y autorregulación, entonces se desarrolla significativamente el razonamiento matemático en los estudiantes del Laboratorio de Investigación e Innovación Pedagógica de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión de Pasco – 2016.

Diseño de investigación:

Esta investigación toma el diseño pre experimental con pre test y post test cuyo modelo esquemático es:

$$GE: O_1 \text{-----} x \text{-----} O_2$$

Dónde:

GE : Grupo experimental

O<sub>1</sub> : Observación inicial de la variable dependiente o pre test, desarrolla significativamente el razonamiento matemático.

X : Variable independiente o experimental, modelo metodológico y didáctico.

O<sub>2</sub> : Observación posterior de la variable dependiente o post test, desarrollo del razonamiento matemático.

Presentación e interpretación del postest.

## RESULTADOS

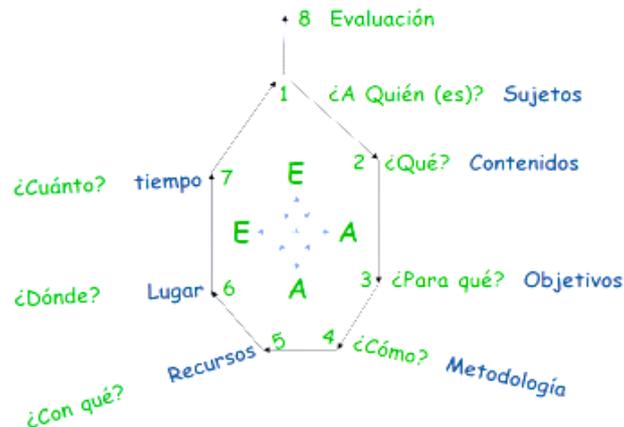
Luego del cumplimiento del cronograma según las actividades programadas en las sesiones de aprendizaje por medio del Modelo Metodológico y Didáctico para el Desarrollo del Razonamiento Matemático en Estudiantes del Laboratorio de Investigación e Innovación Pedagógica – UNDAC – Pasco – 2016: autonomía, autodirección, autorregulación, observación y análisis; llegando a la experimentación con la calidez y empatía como la expectativas positivas en la resolución de problemas; siendo los resultados estadísticos lo siguiente:

**Tabla 1.** Resultados de la prueba de postest

Características	Valores
Válido N=	58
Promedio	61,03
Mediana	70,00
Moda	70
Desviación estándar	17,033
Varianza	290,139
Coefficiente de variación	0,28
Rango	70
Mínimo	20
Máximo	90

Según el cuadro precedente observamos que la media aritmética es diferente a la mediana e igual a la moda, luego la distribución no es normal, se observa a comparación del pre test en todos los estadísticos una variabilidad aumentativa por lo que nos induce que el modelo metodológico y didáctico, en el desarrollo del razonamiento matemático; para los estudiantes del caso surten efecto con una planificación y una secuencia didáctica por medio de sesiones y las lecciones pertinentes con las guías, motivación, procedimientos y análisis psicométrico; siendo estas los fundamentos teóricos y prácticos del modelo metodológico y didáctico para el desarrollo del razonamiento matemático en los estudiantes en tratamiento; siguiendo el modelo de ruta propuesto la interpretación del proceso y esquema para la sesión de aprendizaje.

**Figura 1.** Interpretación del momento de los procesos



Para la hipótesis de investigación: Si se aplica el modelo metodológico y didáctico: autonomía, autodirección y autorregulación, entonces se mejora significativamente el desarrollo del razonamiento matemático en los estudiantes del Laboratorio de Investigación e Innovación Pedagógica de la UNDAC de Pasco – 2016.

$$\mu_1 \neq \mu_2$$

Para este caso está seleccionado el grupo, determinando las medias aritméticas del pretest y postest, según los datos obtenidos se presenta en el siguiente cuadro:

**Tabla 02:** Medidas comparativas del pre y pos test

MEDIDAS	$\bar{x}$	Var	S	Cv
<b>GRUPOS</b>				
Pre test	35,00	246,491	15,700	0,44
Pos test	61,03	290,139	17,033	0,28

**Segundo:**

Al elegir el nivel de significancia de  $\alpha = 0,01$  <sub>2 colas</sub> ó 1% dos colas o bilateral, esto quiere decir que observamos una probabilidad de 0,01 ó 1% de rechazar la hipótesis nula  $H_0$  y una región de aceptación al 0,99, y la respectiva curva.

**Tercero:**

Para realizar la prueba de la diferencia entre las dos pruebas de entrada y salida, se usó la distribución  $Z_0$  de acuerdo a las características del trabajo investigación con solo grupo:

$$Z_0 = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\left(\frac{V_1}{n_1} + \frac{V_2}{n_2}\right)^{1/2}}$$

Donde:

$Z_0$ : valor del estadístico

$\bar{x}_1$ : media del pre test

$\bar{x}_2$ : media del pos test

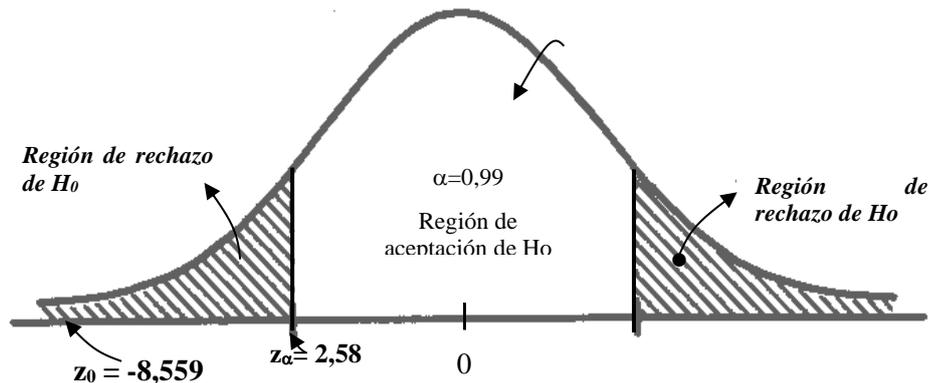
$V_1$ : varianza del pre test

$V_2$ : varianza del pos test

$n_1$ : muestra

$n_2$ : muestra

El resultado que se obtiene es  $Z_0 = -8,559$ ; donde el valor calculado pertenece a la región de rechazo de la hipótesis nula; como consecuencia se acepta la hipótesis de investigación.



Cuarto:

Tomando la decisión,  $Z_0 = -8,56$  se encuentra en la región de rechazo, se rechaza la  $H_0$  y se acepta  $H_1$ .

## DISCUSIÓN

Se determinó la influencia del modelo metodológico y didáctico en el desarrollo del razonamiento matemático en los estudiantes del Laboratorio de Investigación e Innovación Pedagógica de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión de Pasco – 2016; lo sustenta la prueba de hipótesis con el estadístico Z, que hace viable la propuesta.

*Los procedimientos:* de la autonomía, autodirección y autorregulación *son destacados en la propuesta* modelo metodológico y didáctico en el desarrollo del razonamiento matemático en los estudiantes del Laboratorio de Investigación e Innovación Pedagógica; así lo evidencian los resultados estadísticos obtenidos en el grupo experimental con el postest.

## REFERENCIAS

- Andrade, R. y Sánchez, L. (2010). *Habilidades intelectuales. Una guía para su potenciación*. México: Alfaomega.
- Ávila, R (1990). *Introducción a la Investigación*. Lima: Ediciones CONCYTEC.
- Barriga C. (2004). *Estudios de la Realidad Socio-Cultural*. Texto. Facultad de Educación-UNMSM Perú: Lima
- Bernal, C. (2000). *Metodología de la Investigación para Administración y Economía*. Colombia: Pearson, 111 – 113.
- Cantoral, R. y Farfan, R. (2008). *Desarrollo del pensamiento matemático*. México: Trillas.
- Carbonero, Miguel A.; Román, José M.<sup>a</sup>; Martín-Antón, Luis J.; Reoyo, Natalia (2009). Efecto del programa de habilidades docentes motivadoras en el profesorado de secundaria. Universidad del País Vasco/Euskal Herriko Unibertsitatea.

- Cenich, G. y Santos G. (2005). "Propuesta de aprendizaje basado en proyectos y trabajo colaborativo: experiencia de un curso en línea". *Facultad de Ciencias Exactas de la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires*. Recuperado de: <http://redie.uabc.mx/vol7no2/contenido-cenich.html>.
- Corporación Andina De Fomento (2008). Serie Desarrollo del Pensamiento Matemático No. 20: La Función Matemática. Venezuela.
- Corvalán, F. (1995). *La matemática aplicada a la vida cotidiana*. Barcelona: Graó, de Serveis Pedagógicos.
- G. P. Box, Georg, Hunter, W. y Otros. (1989). *Estadística para investigadores*. Barcelona: Editorial Revesté S.A.
- Holt, M. (1986). *Matemática Recreativa 2*. Madrid: Martínez Roca, S. A.
- Kraitchik, M. (1946). *Matemáticas Recreativas*. Buenos Aires: El Ateneo.
- Kerlinger, F. y Howardb, L. (2001). *Investigación del Comportamiento*. México: McGraw-Hill Interamericana. Editores S. A. de C. V.
- Kilpatrick J., Gómez P., y RICO L. (1998) *Educación Matemática*. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamericana, S. A. de CV.
- Gardner, M. (1996). *Los acertijos de Sam Loyd*. Madrid: Zugarto Ediciones.
- Gardner, M. (1999). *Nuevos acertijos de Sam Loyd*. Madrid: Zugarto Ediciones.
- Mala, M. (1998). *Juegos de ingenio III*. España: Robinbook.
- Medina, A. y Salvador F. (2002). *Didáctica General*, (1a ed.). Madrid: Ed. Pearson Educación
- Perelman, Y (1978). *Algebra Recreativa*. URRS: Mir – Moscú.
- Perelman, Y (1978). *Matemática Recreativa*. España: Martínez Roca, S. A.
- Piaget, J. y Inhelder, B. (1985). *De la lógica del niño a la lógica del adolescente*. Barcelona: Paidós. (Original francés publicado en 1955).
- Polya, G. (1975). *Cómo Plantear y Resolver Problemas*. México: Editorial Trillas
- Pizarro, R. y Crespo, N. (1997). Inteligencias múltiples y aprendizajes escolares. Investigación en Proceso. Universidad Católica de Valparaíso.
- Segarra, L. (2001). *Problemates: Colección de problemas matemáticos para todas las edades*. Madrid: GRAÓ.
- Valiente, S. (2000) *Didáctica de la matemática: El libro de los recursos*, Madrid: Editorial La Muralla, S. A.
- Young, J.W.A. (1970). *Fines, valor y métodos de la enseñanza matemática*. Buenos Aires: Losada, S.A.
- Zenteno, F. (2005). Método de resolución de problemas en Lógica Matemática. Cerro De Pasco. Perú. Ediciones La Esmeralda