

Artículo original

Recursos lúdicos para comprensión de patrones matemáticos

Ludic resources for the understanding of mathematical patterns

Luz Marlene Mendoza Torren

I.E. Simón Bolívar, Cusco, Perú
Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco, Perú

Información	Resumen
Recibido: 07/04/2018. Aceptado: 24/08/2018.	La investigación describe una propuesta estratégica para intervenir en los procesos de comprensión de reglas matemáticas. Para ello se aplicó una prueba de diagnóstico de conocimientos que fue el punto de partida para realizar la selección de un conjunto de recursos lúdicos y situaciones del contexto que pueden ayudar a iniciar en el proceso de generalización de reglas de patrones matemáticos en los estudiantes del Segundo Grado de Educación Secundaria de VI ciclo de la Educación Básica Regular, de la Institución Educativa Pública "Simón Bolívar" de Cusco – Perú.
Information	Abstract
Keywords: Ludic resources, means of teaching, didactics.	This research describes a strategic proposal to intervene in the processes of understanding mathematical rules. For this purpose, a diagnostic test of knowledge was applied, which was the starting point for the selection of a set of ludic resources and contextual situations that can help to initiate the process of generalization of mathematical pattern rules in students of the second grade of secondary education of the sixth grade of regular basic education, of the public educational institution "Simon Bolivar" of Cusco - Peru.

INTRODUCCIÓN

La experiencia que se presenta es una propuesta de estrategia dedicada al estudio y análisis del papel que cumplen los recursos lúdicos en el proceso de la comprensión de patrones matemáticos, con el objeto de superar las dificultades que los estudiantes presentan al realizar las representaciones de secuencias y patrones. Los proyectos que se proponen tienen un propósito único en la educación: mejorar el aprendizaje de la matemática. Una de entre tantas propuestas es identificar diferentes situaciones de la vida diaria, recursos, actividades relacionados a patrones; esto porque la experiencia nos ha permitido reconocer que muchos de los contenidos matemáticos están relacionados con los patrones matemáticos; además, hoy por hoy, los conocimientos se construyen en base a la formación de regularidades; por ello nuestro interés y gracias al producto de la experiencia diaria en el aula hemos identificado situaciones, como: los fenómenos naturales, actividades que realizamos desde que nos levantamos hasta que llegamos a dormir, actividades productivas o laborales, etcétera. que muestran el concepto de regularidades, secuencias y patrones, los mismos que se pueden llevar o utilizar en las sesiones de aprendizaje. Además, estamos convencidos que relacionar o acercar más al estudiante a la realidad le encontrará más sentido y utilidad a los conceptos matemáticos.

El objetivo general de la investigación se centró en identificar los recursos que se pueden utilizar para mejorar la representación y comprensión de los patrones matemáticos en los estudiantes del VI ciclo de la Educación Básica Regular (EBR), primer y segundo grado de educación secundaria.

De manera simultánea, se propuso identificar y codificar los errores que los estudiantes cometan al realizar tareas referidas a patrones matemáticos.

MATERIAL Y MÉTODOS

El investigador es el que propone la manera de intervención, es decir, determina el estilo de la investigación como señalan Rodríguez, Gil y García (1996), en esta línea se utilizó criterios que ayudan a describir y explicar un acontecimiento o fenómeno con el objeto de identificar la realidad y buscar alternativas de solución, como: el paradigma naturalista interpretativo, enfoque cualitativo y tipo de investigación aplicada proyectiva. Los conceptos y aportes teóricos se centraron en recursos didácticos (Paredes, 1998; Corbalán, 1986), la representación y comprensión de patrones matemáticos (Duval, 199; Hiebert y Carpenter 1992) y el modelo de Pieri y Kieren son el sustento científico de la propuesta. Se inició con las teorías y el modelo de la investigación; luego se explica los constructos que se originaron producto del análisis, reflexión y síntesis de la revisión bibliográfica, desde un contexto general para centrarnos en la disciplina de la educación matemática.

El trabajo de campo se desarrolló en la Institución Educativa Simón Bolívar de Cusco, con una muestra intencionada de 113 estudiantes y 04 docentes del área de matemática, los instrumentos que se utilizaron para el diagnóstico fueron una guía de entrevista semi estructurada para docentes, y para estudiantes un cuestionario de opinión y prueba de conocimientos. La prueba de conocimientos constó de 18 ítems, con el objetivo de identificar en los estudiantes las capacidades desarrolladas en el manejo de conceptos básicos referidos a secuencias (figura 1), regularidades y patrones matemáticos, considerándose las diferentes representaciones (verbal o escrita, simbólica, tabular, gráfica) dentro de la aritmética, álgebra y geometría, que se resume en la figura 2, considerando las diferentes traducciones o conversiones de las representaciones de patrones matemáticos.

RESULTADOS

Para su elaboración se adaptó tomando como referencias algunas publicaciones de textos escolares del Ministerio de Educación de Perú - MINEDU, cuadernos de trabajo de Santillana publicados electrónicamente, e investigaciones realizadas por diferentes autores.

Observa la secuencia que se genera con los triángulos y representa la figura que sigue (figura 4)

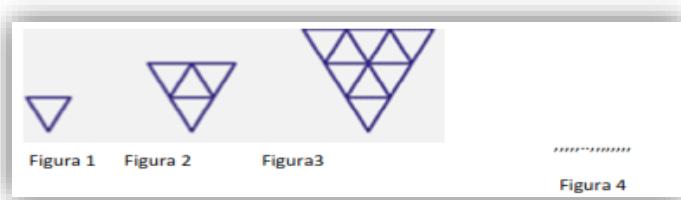


Figura 1. Ítem 7 del cuestionario a estudiantes. Tomado de Cuadernos de trabajo 6° Santillana

La siguiente figura 2 resume las diferentes representaciones que se han utilizado para la elaboración de los ítems de la prueba de conocimientos.

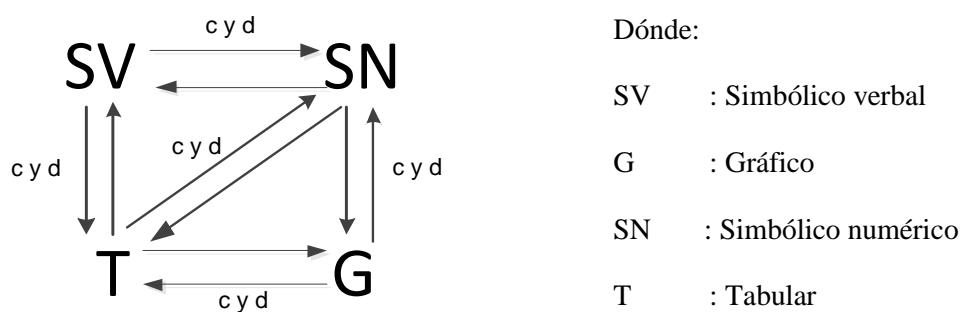


Figura 2. Esquema de la conversión de una representación a otra

La metodología empleada para la recolección, análisis y procesamiento de datos, denominada trabajo de campo, según Rodríguez, Gil y García (1996), fue: coordinación, intervención, organización de información, procesamiento y reducción de datos, interpretación y obtención de resultados. El procesamiento y reducción de datos se realizó según el tipo de datos: Para los cuantitativos, la prueba de conocimientos se organizó y se aplicó utilizando las escalas según el nivel de aciertos logrados: **inicio, proceso, logrado y logro destacado.**

Como se muestra en la tabla 1.

Tabla 1. Resultados de la prueba de conocimientos

	Niveles de logro	Frecuencia	Porcentaje
Valido	Inicio	20	17,7
	Proceso	41	36,3
	Logrado	34	30,1
	Logro destacado	18	15,9
	Total	113	100,0

Fuente: *Base de datos*

El proceso de la prueba de conocimiento se hizo ítem por ítem con el objeto de reconocer los logros y las dificultades en las traducciones o conversiones de las diferentes representaciones que los estudiantes cometan. Se procesó utilizando la herramienta Excel con una escala de calificación, de si es correcta igual a 1 y errada o falla igual a 0.

Para el caso de los datos cualitativos se utilizó la guía de entrevista semiestructurada; se aplicó a cuatro docentes, las mismas que se transcribieron en un archivo de Word, y con las interpretaciones de los resultados de la prueba de conocimientos y el cuestionario de opinión. Se hizo el procesamiento en la herramienta informática de análisis Atlas.Ti. A partir de estas tres informaciones; se asignó o crearon códigos abiertos de la información relevante relacionada a los objetivos y problemática de la investigación. Este procesamiento permitió la triangulación a nivel de datos, métodos, participantes y de instrumentos con el objeto de buscar patrones de congruencia en una investigación de un mismo fenómeno humano a través de diversas aproximaciones.

Breve descripción de la propuesta

La prueba de diagnóstico y análisis teórico fueron el punto de partida para realizar la propuesta metodológica, que se resume en el esquema de modelación figura 8, que consta de tres momentos: diagnóstico, estrategia de la propuesta y aplicación, sustentados en fundamentos teóricos científicos. Esta propuesta denominada “**Recursos para la formalización matemática**”, describe brevemente los hallazgos en la etapa de diagnóstico, como: estudiantes que presentan dificultades ante conceptos básicos para la construcción de una secuencia con gráficos, esto permitió pasar a un segundo momento el modelado “*Estrategia de la Propuesta*”, que consta de cinco sub etapas (selección de recursos, elaboración, diseño, aplicación y evaluación). Para esta etapa de la elaboración de recursos se recurrió a la publicación de *Juegos matemáticos para secundaria* por Corbalán (1994) seleccionándose varias actividades y también de varias páginas electrónicas que se mencionan.

El proceso de la selección de recursos y de situaciones del contexto; se realizó una revisión de actividades del contexto y de la bibliografía, con el objeto de tomar decisiones adecuadas para implementar alternativas de solución; para ello, se propone tres tipos de recursos (situaciones del contexto, juegos matemáticos y manipulativos e impresos). el **segundo** paso corresponde a la etapa de elaboración de prototipos de recursos didácticos, considerando las exigencias mínimas que debe tener el material, como: motivador y mediador del trabajo de los estudiantes, abarcando los contenidos y la

guía de sugerencias metodológicas; se transita a una **tercera** etapa de diseño de recursos didácticos que se utilizan en las sesiones de aprendizajes, considerando la calidad de material, su presentación y su durabilidad; los pasos seguidos fueron: **a) selección, b) elaboración de prototipos, c) diseño de los recursos, d) aplicación y e) evaluación de los recursos.** Algunos de los diseños, como: el salto del caballo, torre de dados, el gusanito de 30, el salto de la rana, etcétera. A continuación, se describe brevemente:

- La torre de dados a partir** de una pregunta de la Olimpiada Matemática del VII Concurso Canguro Matemático 2000 nivel 1: de 1º de E.S.O. Se adaptó a la siguiente actividad: Una torre de dos dados idénticos como muestra la figura, colocados una encima de otra en una mesa:

- ¿Cuánto suman los puntos de las caras ocultas?** (las que no se ven por ningún lado, es decir las bases)
- Si tenemos una torre de 10 dados **¿Cuánto suman los puntos de las caras ocultas?** y
- Elabora una regla que generalice para n número de dados.** También está propuesto en el libro electrónico de Matemática para todos.

https://issuu.com/espegesteira/docs/fasc_culo113unidos

De igual forma se puede realizar con dados de 12 (dodecaedro) y 20 (icosaedro) caras, solicitando que formen torres con los dados y determinar la suma de los puntos de las caras de las bases (caras que no se observan) como la figura 4.

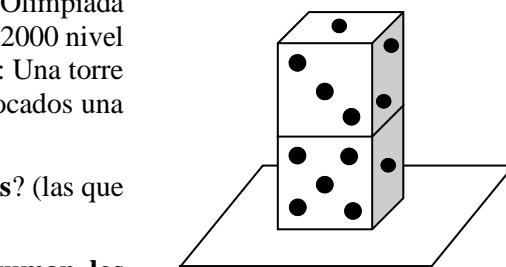


Figura 3. Torre de dados

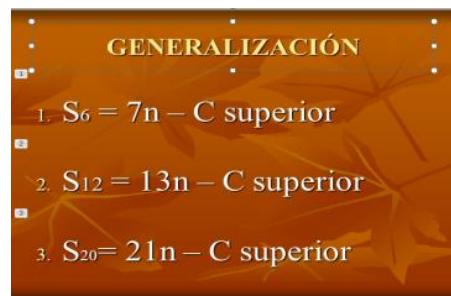


Figura 4. Generalización de torre de dados

- El gusanito de 30 casillas:** juego propuesto en los talleres de implementación por los especialistas de MINEDU – 2014, implementación del nuevo currículo escolar.

Jaime y Joaquín juegan “El Gusanito”. Luego de varias jugadas, Jaime no comprende porque Joaquín siempre le gana. Luis que está observando el juego, ha descubierto una estrategia con la que Jaime puede ganar. ¡Descúbrelo tú también!

- Lee las reglas del juego:
 - Se juega en parejas con una sola ficha o moneda.
 - Eligen quién inicia el juego.
 - En cada turno el jugador elige avanzar 1, 2 o hasta 3 casilleros.
 - Gana el juego quien llega al casillero 30.
 - Realiza un ensayo para comprender las reglas del juego.
 - Registra en una tabla cada una de tus jugadas.
 - Juega varias partidas hasta que descubras cómo ganar.

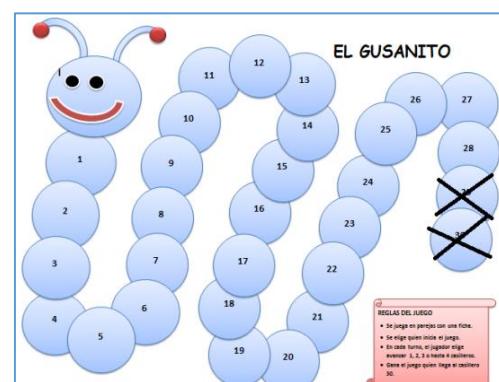


Figura 5. Generalización de torre de dados

- Determina una regla general que permita ganar siempre.

3. El doblado de papel propuesto en <http://historiaybiografias.com/ciencia4/>

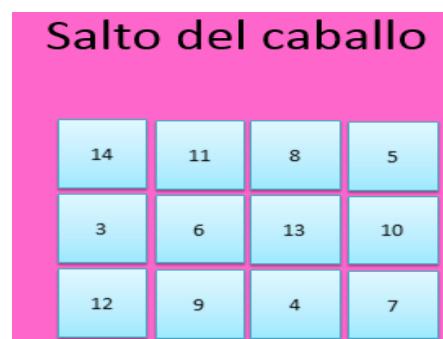
“Doblar un papel por la mitad... tres veces”. Existen varias propuestas planteadas como curiosidades.

A partir de las actividades propuestas se adaptó las siguientes tareas:

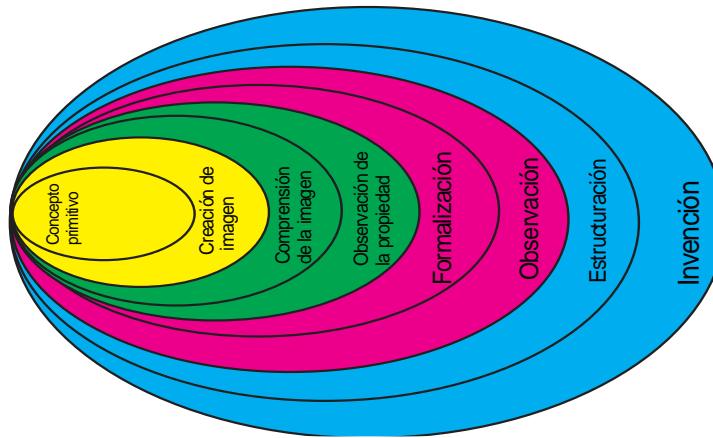
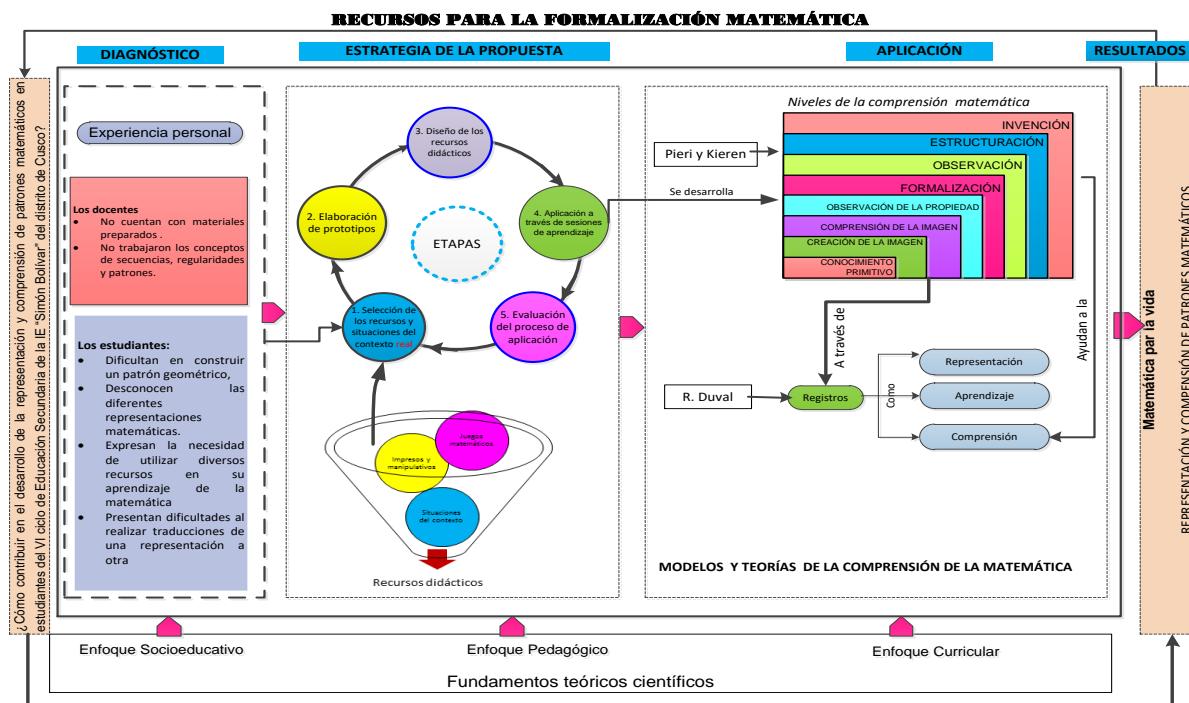
- Una hoja de papel doblar una vez, luego abrir y observar cómo quedó la hoja.
- Doblar por segunda vez, luego abrir y observar cómo quedó la hoja.
- Doblar por tercera vez, luego abrir y observar cómo quedó la hoja.
-
- Doblar 10 veces e indicar cuántos dobleces y líneas se producen. **Se puede doblar 10 veces. ¿Qué tendrías que hacer para encontrar 10 veces el número de dobleces y líneas?**
- Determinar una regla general para realizar **n dobladas y n líneas**

- 4. El salto del caballo de ajedrez** figura 6. una propuesta adaptada a modo interactivo. Comenzando por la casilla del número menor y siguiendo el salto del caballo del ajedrez descubrir la secuencia y **la regla general para pasar de un número al siguiente**.

Figura 6. Gráfica de resultados de la prueba de conocimientos



Finalmente, el tercer momento la aplicación de la propuesta que se plasma en el desarrollo de las sesiones de aprendizaje, las cuales **se han propuesto de forma secuencial y considerando los recursos didácticos coherentes a partir de la realidad, para ello se debe seguir procesos (niveles de comprensión)** propuesto por los autores Pirie y Kieren (1994), citados por Meel (2003) y Codes y Delgado (2013), estos ocho niveles que se organizan desde un nivel elemental, como: conocimiento primitivo, creación de imagen, compresión de la imagen, observación de la propiedad, formalización, observación, estructuración e invención. La particularidad de la propuesta es que en cada nivel se debe dar el “redoblado”; es decir, revisar atrás si se logró el nivel anterior, de manera que se confirme el aprendizaje antes de pasar al otro nivel; este proceso gradual permite en el área de matemática identificar los logros y dificultades que se presentan en los estudiantes, y por otro lado el modelo permite considerar que se debe tener cuidado en la coherencia interna para realizar las planificaciones y desarrollo de las sesiones de aprendizaje de la representación y comprensión de patrones.

**Figura 7:** El modelo de Pirie-Kieren (Pirie & Martin, 2000)**Figura 8.** Esquema de modelación

DISCUSIÓN

Los recursos didácticos siempre juegan un papel importante en las actividades escolares, este trabajo permitió comprobar que su aplicabilidad en el campo de la matemática y, en especial, en el proceso de la construcción de reglas y la formalización matemática es mayor. Además, está claro que el docente antes de llevar un recurso o material al aula debe analizar las ventajas y desventajas de su aplicación, para no crear falsas expectativas en los estudiantes.

Las dificultades y errores que se han identificado predominan las representaciones gráficas en relación a las simbólicas numéricas, confirmando que en los procesos de enseñanza se enfatizan con mayor frecuencia y desde temprana edad en la escolaridad. Existe una gran deficiencia en el reconocimiento de secuencias, regularidades y patrones de tipo gráfico y literal a diferencia de las secuencias numéricas, lo que refleja que no se han abordado en la educación primaria.

Las concepciones de patrones y regularidades recién desde el 2015 se han considerado como una competencia de importancia en la formación escolar, esto se pudo comprobar en las entrevistas realizadas a los docentes, donde evidencian desconocimiento de la temática.

La propuesta pedagógica elaborada responde a la diversidad de estudiantes en el aula, su construcción a partir de un diagnóstico realizado, constituye una estrategia que sintetiza los procedimientos a realizar a partir de las diferentes propuestas de los autores, de manera que su aplicación permite mejorar las debilidades y dificultades encontradas. Esta se puede replicar en otros contenidos y en otros contextos o realidades.

REFERENCIAS

- Corbalán, F. (1994): *Juegos matemáticos para secundaria*. Madrid: Síntesis
- Codes, M. y Delgado, M. (2013) *Comprensión del concepto de serie numérica a través del modelo de Pirie y Kieren*. Recuperado de https://ddd.uab.cat/pub/edlc/edlc_a2013v31n3/edlc_a2013v31n3p135.pdf
- Duval, R. (1993). *Semiosis y noesis. En Sánchez y Zubietta (Eds.), Lecturas en Didáctica de las Matemáticas*: Escuela Francesa, (118-144). México: Departamento de Didáctica Educativa del CINVESTAV-IPN.
- Meel, D. (2003) *Modelos y teorías de la comprensión: Comparación de los modelos de Pirie y Kieren sobre la evaluación de la comprensión matemática y Teoría APOE*. Recuperado de [http://personal.bgsu.edu/~meel/Research/Meel\(RELIME2003\).pdf](http://personal.bgsu.edu/~meel/Research/Meel(RELIME2003).pdf)
- Rodríguez, Gil y García (1996) *Métodos de investigación cualitativa*, Málaga, Aljibe