



## Artículo original

# Sistema de ecuaciones lineales: resolución de problemas con el uso del software GeoGebra

## System of linear equations: solving problems using GeoGebra software

Rocío Figueroa Vera <sup>1</sup>

Flor Isabel Carrillo Lara <sup>2,a</sup>

<sup>1</sup> Pontificia Universidad Católica del Perú, IREM, Perú

[rocio.figueroa@pucp.edu.pe](mailto:rocio.figueroa@pucp.edu.pe)

<sup>2</sup> Pontificia Universidad Católica del Perú, IREM, Perú

[f.carrillo@pucp.edu.pe](mailto:f.carrillo@pucp.edu.pe)

<sup>a</sup> ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4181-3513>

### Información

Recibido: 07/04/2018.

Aceptado: 24/08/2018.

### Palabras clave:

Sistema de ecuaciones lineales, resolución de problemas, software GeoGebra.

### Information

### Keywords:

System of linear equations, problem solving, GeoGebra software.

### Resumen

Este reporte forma parte de una investigación más amplia y tiene como propósito reflexionar sobre la resolución de problemas de sistema de ecuaciones lineales con dos variables con la mediación de GeoGebra; además, el descubrimiento del manejo de la variación de parámetros, considerados en ambas ecuaciones, así como la función afín implícita, parámetros fijos y parámetros variables (variación de un coeficiente y variación de un término independiente). Se han considerado aspectos de la Teoría de Situaciones Didácticas y, para el diseño e implementación se han considerado el análisis a priori y a posteriori de la Ingeniería Didáctica, así como los elementos de la Teoría de Registros de Representación Semiótica. Uno de los resultados obtenidos se refiere a que mediante un empleo adecuado del GeoGebra se podrá reconocer el efecto de modificar uno de los parámetros al estudiar el comportamiento de las r.

### Abstract

This report is part of a broader investigation and its purpose is to reflect on the resolution of linear equation system problems with two variables with the mediation of GeoGebra; in addition, the discovery of the handling of the variation of parameters, considered in both equations, as well as the implicit affine function, fixed parameters and variable parameters (variation of a coefficient and variation of an independent term). Aspects of the Theory of Didactic Situations have been considered and, for the design and implementation, the a priori and a posteriori analysis of Didactic Engineering have been considered, as well as the elements of the Theory of Semiotic Representation Registers. One of the results obtained refers to the fact that by means of an adequate use of GeoGebra it will be possible to recognize the effect of modifying one of the parameters when studying the behavior of the r.

## INTRODUCCIÓN

Resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos variables es muy importante por su gran utilidad en muchos problemas contextualizados y su aplicación a otros campos como la economía, en donde es frecuente encontrar puntos de equilibrio; por ejemplo, entre la oferta y la demanda; sin embargo, Garcés (2009), ha notado la desmotivación, el desinterés y la apatía de las nuevas generaciones frente a los modelos de formación y educación que el sistema tradicional les ha ofrecido. Están más orientados a resolver sistemas de forma rutinaria y algorítmica, usando los métodos de forma mecánica y resolviendo problemas típicos sin darle un sentido lógico a lo que están desarrollando. Por su parte Segura (2004), señala que existen dificultades para trabajar problemas dados en registro verbal que involucran sistemas de ecuaciones; menciona que los estudiantes no realizan en forma correcta el pasaje del registro verbal al algebraico y que no efectúan representaciones y resoluciones gráficas de sistemas de ecuaciones lineales. Además, en este trabajo se puede apreciar cómo se puede facilitar el aprendizaje de los sistemas

de ecuaciones lineales planteando al estudiante actividades que lo induzcan a pasar por situaciones de acción, formulación y validación.

Es así que, de acuerdo con Segura (2004), diseñamos una propuesta didáctica para fortalecer en los alumnos las habilidades de resolver problemas relacionados a sistemas de ecuaciones lineales con dos variables. Para ello tomamos como marco referencial la Teoría de Situaciones Didácticas de Guy Brousseau (2007) y, en algunos momentos, las conversiones y tratamientos de la Representación Semiótica de Raymond Duval (1993).

En el presente reporte, analizaremos la actividad N° 3 de la propuesta didáctica visto en el trabajo de Figueroa (2013), y la Ingeniería Didáctica como metodología de investigación. En esta actividad se contó con la presencia de 12 estudiantes del nivel secundario (15-16 años), iniciamos con la recapitulación de la actividad anterior y una vez más señalamos sus logros y dificultades, resaltando que aún tienen dificultades para relacionar datos conocidos con las variables e interpretar el significado de la solución de un sistema de ecuaciones con la solución del problema planteado. La actividad tuvo dos momentos: en el primero se trabajó 2 partes, una individual y la otra grupal, ambas en el aula; el segundo momento se trabajó en una sala de cómputo y se utilizó el software GeoGebra. Respecto a las reglas de trabajo se les recalcó que serían las mismas de las actividades anteriores.

### **Aspectos teóricos**

Para el diseño de la propuesta didáctica se tomaron en cuenta las cuatro fases de la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD):

- Intercambios de informaciones no codificadas o sin lenguaje (acciones y decisiones).
- Intercambios de informaciones codificadas en un lenguaje (formulación).
- Intercambios de juicios (validación).

De acuerdo con Brousseau (2007), en los procesos de acción el alumno actúa solo sobre un problema haciendo uso de sus conocimientos previos; en el proceso de formulación el alumno comunica lo que ha encontrado a otros alumnos y en el de validación el alumno debe demostrar que el modelo que ha elegido es válido. Así mismo, para el desarrollo de la parte experimental hemos considerado algunos elementos de la TSD.

Situación didáctica: Es un conjunto de interrelaciones en la que intervienen el profesor, el estudiante y un medio didáctico y es construida intencionalmente con el fin de hacer adquirir a los alumnos un saber determinado.

Situación a-didáctica: Es el proceso donde solo interviene el estudiante y el medio.

Devolución: Es la acción mediante la cual el profesor transfiere al alumno un problema o tarea con relación a un determinado conocimiento.

Variable didáctica: Son aquellos elementos que son susceptibles de tomar diferentes valores y que, al tomarlos, provocan cambios y hacen variar las estrategias de solución del conocimiento matemático.

Contrato didáctico: Comprende un conjunto de comportamientos que el profesor espera del alumno y comportamientos que el alumno espera del profesor, que regula el funcionamiento de la clase definiendo los roles y la repartición de tarea.

Finalmente, el autor manifiesta que la institucionalización es una situación de formalización de un conocimiento matemático producido por los alumnos y el saber cultural. Durante esta situación se deben sacar conclusiones, recapitular, sistematizar, ordenar y vincular lo que produjeron los alumnos en el desarrollo de las secuencias didácticas. La institucionalización es, de alguna manera, complementaria a la devolución.

## **MATERIAL Y MÉTODOS**

Se utilizó la Ingeniería Didáctica como metodología de investigación, por ser un esquema experimental basado en realizaciones didácticas en el aula, es decir, analiza los procesos de construcción, realización

y análisis; y para validar las secuencias de enseñanzas, se hizo una comparación entre lo que se esperaba y lo que realmente sucedió durante el desarrollo de la clase.

Para la actividad presentada se toma en cuenta las fases de la ingeniería didáctica, el proceso de investigación Según Artigue et al. (1995) consta de cuatro fases: análisis preliminar; concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas; Experimentación; Análisis a posteriori y validación.

### Diseño de la actividad

De acuerdo al trabajo de investigación Figueroa (2013), en la actividad 3 se identifica las variables micro didácticas:

Actividades de aprendizaje “medios de transporte”	Variables micro didácticas
<b>Actividad 3:</b> Situación en tres partes, relacionada con un sistema de ecuaciones lineales, que estimula, con el uso del GeoGebra, el descubrimiento del manejo de la variación de parámetros.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Ambas ecuaciones con función afín implícita (FI).</li> <li>Parámetro variable (PV):               <ul style="list-style-type: none"> <li>Variación de un coeficiente.</li> <li>Variación de un término independiente.</li> </ul> </li> </ul>

En esta actividad se consideran dificultades graduadas, además está diseñada para un trabajo de grupos. Los grupos son a lo más tres integrantes.

Presentamos parte de la actividad 3, propuesta a los estudiantes:

#### Situación:

Alejandro, para ir a su centro de trabajo, utiliza dos medios de transporte: El metropolitano y el tren eléctrico. El pasaje en el metropolitano es 2 soles y en el tren eléctrico 3 soles y sus gastos semanales por movilidad son de 53 soles. Además, se sabe que realiza en total 21 viajes a la semana.



### Parte III: Trabajo grupal

- a) Alejandro tiene la posibilidad de hacer un gasto total en pasajes mayor a los S/.53. Encontrar todas las soluciones correspondientes a estos gastos considerando aumentos de S/.1 en S/.1 y manteniendo fijos el número total de viajes (21) y los precios de los pasajes en metropolitano (S/.2) y en tren eléctrico (S/.3).

---



---



---

- b) Para algún gasto menor de S/.53, ¿Alejandro viajará solamente en metropolitano?

---



---



---

- c) Considerando cambios en el número total de viajes semanales y manteniéndose fijo todo lo demás, ¿cuál es el mínimo y el máximo número de viajes semanales en total que podría hacer Alejandro?
- 
- 

## RESULTADOS

### Comentario de la actividad 3

El desarrollo de esta actividad se realizó en tres partes y en dos ambientes: en el aula y en el laboratorio. El primer momento corresponde al trabajo en el aula, en la parte individual hubo confusión por las tablas, etc. La mejora se vio reflejada en la parte grupal, ítems presentados, y las conclusiones fueron mejores a las de la parte individual. En cuanto al trabajo en equipo se notó compromiso y entusiasmo.

El segundo momento, corresponde al trabajo en el laboratorio. Como era de esperarse, trabajar con un ambiente dinámico como es el software GeoGebra, motivó a los alumnos a resolver la actividad con mayor entusiasmo. Se pudo notar que tuvieron dificultades para resolver sistemas de ecuaciones con parámetro variable (variación de coeficientes y términos independientes), sin embargo, se pudo observar un debate profundo para defender sus respuestas y para corregir sus errores.

Este tipo de dificultades no se presenta en la secundaria ni en los cursos de matemáticas básicas de nivel superior; sin embargo, corresponden a situaciones de la realidad y se ha verificado que su comprensión está al alcance de los estudiantes y que el software GeoGebra ayuda fuertemente a tal comprensión.

En esta actividad se está poniendo énfasis en la variable micro-didáctica VMPV, y observamos que la reacción ha sido favorable y se han podido superar los inconvenientes.

## DISCUSIÓN

Es muy importante usar problemas contextualizados e ir pasando gradualmente a la descontextualización.

El haber trabajado en forma grupal permite a los alumnos pasar por las fases de formulación y validación al comparar sus resultados y tener que dar una única respuesta, tal como se aprecia en la parte II y III de la actividad. El uso del GeoGebra ayuda a que los alumnos resuelvan problemas considerando variaciones de los parámetros en un sistema de ecuaciones lineales de dos variables.

El GeoGebra no solamente puede ser usado para resolver sistemas de ecuaciones y visualizar sus representaciones gráficas, sino para resolver problemas. En la parte III de la actividad, los alumnos iban mejorando en la resolución de problemas contextualizados conforme se avanzaba en la actividad.

Destacamos, finalmente que, en el marco de los sistemas de ecuaciones lineales, el GeoGebra puede usarse no solo para visualizar las ecuaciones y para resolver los sistemas, sino para resolver problemas, contextualizados o no; en particular, problemas relacionados con la variación de los parámetros de las ecuaciones del sistema.

## REFERENCIAS

- Artigue, M., Douady, R., Moreno, L., Gómez, P. (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática: Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Bogotá: Grupo editorial Iberoamericano
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires: Editorial libros del Zorzal.
- Duval, R. (1993). *Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

- Figuerola, R. (2013). *Resolución de problemas con sistemas de ecuaciones lineales con dos variables. Una propuesta para el cuarto año de secundaria desde la teoría de situaciones didáctica* (Tesis de maestría). Pontificia Universidad Católica del Perú.
- Garcés, E. (2009). *Incidencia del GeoGebra en la resolución de problemas con sistemas de ecuaciones lineales 2x2*. Departament de Didàctica de la Matemàtica i de les Ciències Experimentals, Universitat Autònoma de Barcelona. Recuperado de [www.uab.cat/servlet/BlobServer?blobtable=Document](http://www.uab.cat/servlet/BlobServer?blobtable=Document)
- Segura, S. (2004). Sistema de inecuaciones lineales. Una secuencia didáctica. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 7(1), 49-78. Recuperado en 2004, de <http://dialnet.unirioja.es/servlet/et/articulo?codigo=2095347>