



Artículo original

Um modelo de atividade com radicais: possibilidade de explorar o raciocínio abdutivo e a criatividade nas aulas de matemática

Un modelo de actividad con radicales: posibilidad de explorar el razonamiento abdutivo y la creatividad en las clases de matemáticas

An activity model with radicals: possibility to explore abductive reasoning and creativity in math classes

Ana Karine Dias Caires Brandão ^{1,a} **Saddo Ag Almouloud** ^{2,b}

¹ Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Brasil

^a ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-2403-1050>

² Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Brasil

^b ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8391-7054>

saddoag@gmail.com

Informação

Recibido: 07/04/2018.

Aceptado: 24/05/2018.

Palavras-chave:

raciocínio abdutivo,
criatividade nas aulas de
matemática, atividade
com radicais.

Información

Palabras clave:

Razonamiento
abdutivo, creatividad en
las clases de
matemáticas, actividad
con radicales

Information

Keywords:

abductive reasoning,
creativity in
mathematics classes,
activity with radicals.

Resumo

Este artigo tem como objetivo discutir uma possibilidade de explorar o raciocínio abdutivo nas aulas de matemática com ênfase na criação de um modelo de atividade interdisciplinar. Para alcançá-lo, modelamos uma atividade envolvendo o objeto matemático, radical, conteúdo referente ao 9º ano do Ensino Fundamental, associando-o com as disciplinas de história, artes, física e geografia usando como tema gerador o número, a razão e o retângulo áureo presentes em obras renascentistas. Analisamos os aspectos abduativos e criativos que poderão ser explorados tomando como aporte teórico a Semiótica desenvolvida por Charles Sanders Peirce e o pensamento formal de Gilles-Gaston Granger. Como resultado inferimos que embora o conteúdo tenha regras e procedimentos formais é possível o desenvolvimento de atividades que viabilizem significados e sentidos para os estudantes; a possibilidade de criar projetos em que o tema gerador seja um objeto matemático.

Resumen

Este artículo tiene como objetivo discutir una posibilidad de explorar el razonamiento abdutivo en las clases de matemáticas, con énfasis en la creación de un modelo de actividad interdisciplinaria. Para lograrlo, modelamos una actividad que involucra el objeto matemático, el radical, contenido relacionado con el 9º grado de las escuelas primarias, asociándolo con las disciplinas de historia, artes, física y geografía; utilizando como temas generadores el número, la razón y el rectángulo áureo presentes en las obras del Renacimiento. Analizamos los aspectos inductivos y creativos que podrían explorarse tomando como base teórica la Semiótica desarrollada por Charles Sanders Peirce y el pensamiento formal de Gilles-Gaston Granger. Como resultado inferimos que, aunque el contenido tenga reglas y procedimientos formales, es posible el desarrollo de actividades que posibiliten significados y sentidos para los alumnos; la posibilidad de crear proyectos en los que el tema generador sea un objeto matemático.

Abstract

This article aims to discuss a possibility to explore abductive reasoning in mathematics classes with emphasis on the creation of a model of interdisciplinary activity. To achieve this, we modeled an activity involving the mathematical object, radical, content related to the 9th grade of elementary school, associating it with the disciplines of history, arts, physics and geography using as a generating theme the number, the ratio and the golden rectangle present in Renaissance works. We analyzed the abductive and creative aspects that could be explored taking as theoretical basis the Semiotics developed by Charles Sanders Peirce and the formal thought of Gilles-Gaston Granger. As a result we infer that although the content has formal rules and procedures it is possible to develop activities that enable meanings and senses for the students; the possibility of creating projects in which the generating theme is a mathematical object.

INTRODUÇÃO

No desenvolvimento das atividades diárias de uma aula de matemática, observamos a existência predominante do uso do raciocínio dedutivo como alicerce para a construção do seu conhecimento. Entretanto, alguns estudantes nos surpreendem com ideias inovadoras, que tomam percursos diferentes dos que se apresentam em livros didáticos ou praticados pelos professores.

A esses raciocínios, Charles Sanders Peirce denominou-os de abduativos. São aqueles capazes de gerar “ideias novas” (Peirce, 2005, p.220). Consistem em hipóteses iniciais que aparecem como *insights*, inspirações, que possibilitam acionar aspectos cognitivos e relacioná-los a outras experiências ou aprendizados já adquiridos. Tais hipóteses estão vinculadas a suposições, inferências e são postas a aprovação e validação pelos raciocínios dedutivos ou indutivos.

O raciocínio abduativo apresenta-se de forma variada, em diversas áreas do conhecimento, por esse motivo compreendemos que todos os indivíduos são capazes de desenvolvê-los. Alguns se apoderam deste raciocínio de forma criativa e expressam com maior visibilidade para os seus pares, outros, exercem em atividades diárias, com pouca repercussão científica ou sem reconhecimento pela comunidade em que está inserido.

O sistema formal que sustenta a matemática, com regras e estruturas rígidas e formalizadas academicamente, pressupõe resultados únicos para seus problemas e a validação pela comunidade de matemáticos. Tal sistema, tem inviabilizado que raciocínios abduativos sejam desenvolvidos com maior frequência pelos estudantes, pois o ensino da matemática tem priorizado procedimentos mecânicos e aplicações de algoritmos em detrimento da compreensão do significado e do sentido do que estão aprendendo.

O resultado deste ensino revela-se no baixo rendimento dos estudantes nas avaliações em matemática promovidos por exames nacionais e internacionais, como nos tem mostrado os resultados do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA, 2016) em que a média na disciplina está entre as menores dos setenta países pesquisados. Talvez isto reverbere pela falta de compreensão dos estudantes pela linguagem usada na matemática, nos seus símbolos, nas suas representações e nos significados mobilizados, expressando uma angústia e um menosprezo pelo componente curricular.

Tal aversão caracteriza pelas particularidades dos objetos matemáticos, que não se apresentam visivelmente aos olhos humanos, a não ser por suas representações. São signos que se relacionam ao objeto com o objetivo de serem interpretados. No entanto, a interpretação desses signos (representações) envolve estruturas formais que requerem do estudante uma abstração e uma atenção interligada a outros conteúdos, a outras experiências para a produção de significados.

Forma-se uma rede de estruturas, significados, objetos, abstrações, raciocínios que vão se interligando para a construção do conhecimento matemático e requer do estudante a interpretação de todas essas variáveis. Nessa perspectiva, a criatividade e o raciocínio abduativo são postos em segundo plano, visto que as exigências do pensamento formal revelam como prioridades para o conhecimento matemático.

Entretanto, as mudanças sociais, tecnológicas, econômicas, ambientais pelas quais o mundo tem vivido proporciona novas demandas ao mercado de trabalho, exigindo o desenvolvimento de pessoas mais criativas, autônomas e capazes de tomar decisões sábias e rápidas. A adequação da escola faz-se necessária, para atender ao novo perfil de trabalhadores e as exigências do mercado.

Tais transformações não ocorrem da mesma forma na escola, o processo formativo é lento e respeita o tempo de aprendizagem do estudante, contrapondo-se a rapidez das mudanças do mercado, das informações e do mundo globalizado. Tal processo exige-se que os professores vislumbrem tais perspectivas e sejam formados para atender esse perfil, embora os que já estão em exercício tenham tido uma formação nos ditames do mercado industrial, tecnicista. Para se adaptarem eles promovem ações pedagógicas individuais, pois estão conscientes das mudanças, mas não sabem como promover sozinho outras metodologias de ensino e aprendizagem e seguem um percurso de tentativas experimentais, excluindo aquelas que não alcançaram êxito.

O exercício profissional desses professores tem particularidades associada à cultura da região, aos problemas sociais, a uma carga horária de trabalho extenuante que dificulta uma abordagem pedagógica pautada em um desenvolvimento de atividades, ou metodologias que se adaptem a contextos diversos e proporcione o raciocínio abdutivo e a criatividade. Por isso, nesse artigo pretendemos discutir as possibilidades de explorar o raciocínio abdutivo com ênfase na criatividade. Com este intuito, modelamos uma atividade sobre o conteúdo matemático: radical. Tal escolha se justifica pelo objeto apresentar dificuldades de aplicações em contextos que não predomina o desenvolvimento de algoritmos e por preservar regras e estruturas formais.

O desenvolvimento daquela atividade nos motiva a procurar respostas para a pergunta diretriz: Como um modelo de atividade envolvendo o conteúdo matemático, radical, pode suscitar o raciocínio abdutivo e promover a criatividade no processo de ensino e aprendizagem, sem perder os aspectos formais do objeto?

Os pressupostos teóricos que fundamentam o raciocínio abdutivo e o pensamento formal serão norteadores para compreendermos como eles podem caminhar juntos sem que distanciem de nenhum deles.

Abdução e o Pensamento Formal

Neste artigo pretendemos articular os aspectos teóricos desenvolvidos por Peirce (1839-1914) e Gilles-Gaston Granger (1920-2016) no que concerne ao raciocínio abdutivo e ao pensamento formal. Embora tenham vivido em épocas diferentes, existem pontos de convergências e divergências entre os estudos desenvolvidos por esses teóricos, mas que não inviabilizam levantarmos alguns pontos de interseção.

A abdução para Peirce, consistiu em uma pedra fundamental para desenvolver um método anticartesiano, audacioso para a época e contrário as concepções vigentes, visto que o método cartesiano estava no ápice das discussões científicas.

Peirce ao criar a Lógica ou também chamada por ele de Semiótica, construiu sua teoria alicerçada em três grandes frentes: A Gramática Especulativa, a Metodêutica e a Lógica Crítica. Nessa última, o autor reconhece existir “três tipos radicalmente diferentes de argumentos” (Peirce, 2005, p.207), ou “Esses três tipos de raciocínio são a Abdução, Indução e Dedução (Peirce, 2005, p.207).

Para Peirce (2005) a Abdução “consiste em estudar os fatos e projetar uma teoria para explicá-los” (p. 207). Apenas uma projeção, sem garantias de que esta teoria esteja correta, apenas lança na mente do interpretante uma inferência, sem julgamento, ou validação, deixando ao domínio da indução e da dedução a incumbência da veracidade ou não de tal conjectura.

Entretanto, no campo da matemática o raciocínio utilizado é essencialmente dedutivo, a verificação de hipóteses, teoremas, permeia toda a construção do conhecimento matemático. Nesse sentido, Peirce (2005) afirma que “A dedução é o único raciocínio necessário. É o raciocínio da Matemática”. Para ele a dedução necessária é aquela que a partir de premissas, ou hipóteses verdadeiras o interpretante consegue chegar a uma conclusão verdadeira (p.207).

Em outra passagem Peirce (2005) afirma que “todo raciocínio necessário, sem exceção, é diagramático, isto é, construímos um ícone do nosso estado hipotético e passamos a observá-lo”. (p.216) Os ícones são essenciais para a matemática, pois seus objetos são criações humanas e só podemos ter acesso a eles pelos signos, ou seja, por suas representações, que preservam semelhanças com o objeto.

No entanto, os objetos matemáticos pertencem a um sistema formal, munido de regras e leis convencionadas pelos homens, elas são fixadas por procedimentos que tem sentido e seguem uma lógica matemática. As regras são recorrentes, ou seja, para casos semelhantes a maneira de aplicá-las será padronizada. Nesse sentido, Granger (2013) explica que “nos sistemas formais, todas as ocorrências de um mesmo signo são identificáveis com esse signo reduzido a seu significante, que é uma abstração do vivenciado presente em cada ocorrência” (p.133).

No ambiente da sala de aula, o sistema formal encontra uma barreira: a subjetividade inerente a cada ser humano que interpreta cada regra de acordo com as experiências vividas, ou articulam mentalmente de forma incoerente com as regras matemáticas. É nesse sentido que o professor desempenha um papel

fundamental para assegurar que a regra foi apreendida e que os procedimentos estruturais fizeram sentido para o estudante. Concordamos com Silveira (2008) quando afirma que “a regra terá sentido se ela for interpretada de acordo com as exigências conceituais da matemática e, para que isso ocorra, é necessário que o professor e o aluno entrem no mesmo universo discursivo”. (p. 112)

É na sala de aula, que o discurso deve fomentar um movimento criativo em que a regra não perde seu caráter fixo, entretanto, pode incitar processos de comprovação abduativos. Para Silveira (2008):

O aluno interpreta a regra de acordo com as suas sensações subjetivas e a lógica obedece a leis que pretendem ser universais. Porém, é na demonstração, ou seja, no nascimento da prova que surge a oportunidade de criação matemática. O professor precisa conhecer como o aluno lida com as regras matemáticas quando cria a sua demonstração e é por meio do diálogo que professor e aluno participam do mesmo universo discursivo e entram em entendimento. (pp.97-98)

Elaborar atividades que priorizem a criação matemática e vincule ao contexto social que o estudante está inserido tem sido um grande desafio para os estudiosos. Por isso, nesse texto, propomos um modelo de atividade para o ensino do objeto matemático: radicais, em que valorize os procedimentos criativos dos estudantes na solução da atividade.

MATERIAL E MÉTODOS

Radical é um dos objetos matemáticos que é ensinado no 9º ano do Ensino Fundamental, presente nos livros didáticos adotados nas escolas brasileiras, consiste em um conteúdo rico em propriedades abstratas e regras que estruturam o objeto.

Operações com radicais, racionalização de denominadores são, entre outras, regras e procedimentos que envolvem o objeto causam grandes equívocos a sua aprendizagem, bem como, a presença de semelhanças entre as estruturas e regras matemática dos radicais comprometem a apreensão do sentido da aplicação delas. Esses equívocos de interpretação do aprendiz, são muitas vezes causados por uma lógica que não condiz com as regras da matemática. Como podemos constatar em Silveira (2008) quando menciona que a regra que o aluno cria tem uma lógica própria, mas nem sempre não é coerente com a regra matemática e cita como exemplo a soma $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$.

O nosso intuito é desenvolver uma atividade interdisciplinar que utilize o objeto matemático, radicais, implicitamente ou explicitamente. Para isso, foram envolvidas cinco disciplinas que compõe o projeto intitulado: Um olhar radical sobre algumas obras renascentistas. Elaboramos a atividade apresentada na Figura 1 a seguir, com o objetivo de desenvolver um modelo de atividade interdisciplinar envolvendo o objeto matemático, radicais, com a produção de sentido e significado de sua aplicabilidade para o estudante, valorizando os resultados criativos apresentados na solução.

1) Modelo do projeto interdisciplinar

PROJETO: UM OLHAR RADICAL SOBRE ALGUMAS OBRAS RENASCENTISTA

Disciplinas envolvidas: Matemática, Artes, História, Física e Geografia.

Público Alvo: estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental

Objetivo do projeto interdisciplinar: Desenvolver uma releitura de algumas das obras renascentistas integrando diferentes ações sistemáticas entre as disciplinas.

ATIVIDADE DA DISCIPLINA: HISTÓRIA

Metodologia: Após a exposição realizada pelo professor sobre o movimento Renascentista que floresceu na Europa entre os séculos XIV e XVI e a ascensão da burguesia, por intermédio da prática do mecenato, o docente propõe aos estudantes que eles reescrevam criativamente esse contexto histórico. Para isso, eles poderão usar paródia, raps, poesia, história em quadrinhos, “memes”, charges, entre outras formas para retratá-lo.

ATIVIDADE DA DISCIPLINA: ARTES

Metodologia: A professora da disciplina entrega a cada estudante uma cópia, em papel ofício A4, da pintura “A Mona Lisa” do artista Leonardo da Vinci. Explica como ela foi construída, destacando a presença dos retângulos áureos, a composição da tinta utilizada e a simetria dos seus traços.

Propõe aos estudantes que a partir da interpretação subjetiva, única e criativa eles façam uma releitura acrescentando ou substituindo elementos da obra original.

ATIVIDADE DA DISCIPLINA: MATEMÁTICA

Material necessário: Data-show, um computador, calculadoras, régua, lápis e papel.

Metodologia: Após assistirem o vídeo “Toda a matemática”, disponível em <http://youtu.be/mOT&BvC4aFw> que proporciona aos estudantes o conhecimento do número áureo ou de ouro, presente nos retângulos áureos das principais obras de artes do Renascimento e das obras arquitetônicas medievais, e o valor do número phi, que é dado por $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1,618033988749895\dots$ o aluno deve responder as seguintes perguntas:

- O número ϕ pertence a qual conjunto numérico?
- Considere que $\sqrt{1} = 1$, verifique se o número de ouro poderia ser calculado assim: $\phi = \frac{\sqrt{1}+\sqrt{5}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$
- Você encontrou o mesmo resultado? Em caso negativo, elabore uma justificativa porque isso não ocorreu?
- O retângulo áureo é aquele cujos lados estão na razão de 1 para ϕ . Como ficaria essa razão? Simplifique usando as propriedades de fração.
- Verifique que a igualdade é verdadeira: $\frac{2}{1+\sqrt{5}} = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$
- Na letra d porque os dois números são iguais? Investigue na internet uma justificativa para explicar como foi encontrado o número após a igualdade.
- Utilize a régua e seu caderno de matérias para efetuar a seguinte proporção: *O lado maior do seu caderno dividido pelo lado menor é igual à divisão do lado menor pela diferença do lado maior pelo lado menor.* A partir do resultado encontrado, responda: a) A igualdade é verdadeira? Existe alguma relação com o número phi?
- A atividade de artes solicitou que você fizesse uma releitura de algumas obras de artes renascentistas, na sua opinião, ao acrescentar ou substituir elementos na obra alterou a proporção áurea? Justifique.
- Crie uma situação matemática envolvendo o número phi (ϕ), os mecenas e as obras de artes renascentistas.

ATIVIDADE DA DISCIPLINA: FÍSICA

Material necessário: Calculadora, lápis e papel.

Objetivo: Introduzir os conceitos de tempo de queda e de distância relacionando-os ao número de ouro.

Metodologia: Após explicar os conceitos e as medidas acerca do tempo e da distância e as transformações necessárias, o professor propõe a solução da seguinte atividade:

Um turista visitando a Catedral de Notre Dame, na França, deixou cair da janela do último andar seu celular, que levou um determinado tempo para atingir o solo. Esse tempo é dado pela relação $t = \sqrt{\frac{h}{4,9}}$ t representa o tempo, em segundos, e h a altura, em metro. Se a altura da Catedral é 69 metros de altura até as torres, determine:

- O tempo que o celular leva para atingir o solo.
- Se a largura da catedral é igual a 41 metros, determine a razão entre a sua largura e sua altura.
- Você consegue identificar alguma relação de semelhança da razão encontrada na letra b.

- d) Qual seria o tempo de queda se um objeto caísse de uma altura de 49m?
- e) Considere a resposta encontrada na letra d, como T, qual o valor de ϕT ?

ATIVIDADE DA DISCIPLINA: GEOGRAFIA

Objetivo: Mostrar que o número “phi” pode se apresentar nas alterações realizadas pelos homens ao meio ambiente causando o desequilíbrio das espécies.

Metodologia: O professor da disciplina faz uma palestra relatando as consequências das alterações feitas pelos homens ao meio ambiente e tem afetado o equilíbrio das espécies e do Planeta. Como exemplo, ele apresenta aos estudantes o artigo “Extinção de abelhas afeta cadeia alimentar”, disponível no site otempo.com.br publicado em doze de março de 2017 da autoria de Litza Mattos.

Em seguida, relata a existência da proporção 1,618..., entre o número de abelhas fêmeas em comparação com o número de abelhas macho em uma colmeia. Pergunte aos estudantes se eles sabem o que o número representa. Em seguida, propõe aos estudantes que crie uma situação problemática na cidade de Vitória da Conquista em que um desequilíbrio ambiental modifica a quantidade das abelhas fêmeas e machos.

A atividade descrita acima foi modelada para o objeto matemático, radicais, e buscou trazer uma interlocução entre disciplinas preservando o tema gerador, o número, a razão e o retângulo áureo.

A análise da atividade será pautada nos fundamentos teóricos propostos neste estudo e compreende um recorte de uma pesquisa maior em desenvolvimento para o doutoramento em Educação Matemática da primeira autora, sob a orientação do segundo autor.

RESULTADOS

Muito se tem discutido sobre as finalidades da Educação e as transformações necessárias por quais ela deve passar para a formação de pessoas mais criativas, autônomas e solidárias com o próximo e com o planeta Terra. Entretanto, o espaço da sala de aula não tem ultrapassado as barreiras da fragmentação do conhecimento em disciplinas, com conteúdos “ilhados” em áreas específicas, sem conexão entre elas.

A proposta de construir modelos de projetos que preserve o potencial criativo, extrapole as fronteiras das disciplinas, promova uma visão holística do conhecimento integrando possibilidades de inclusões de aspectos subjetivos que não são considerados no cenário educacional vigente, tem sido o desejo dos pesquisadores que buscam promover um ensino e uma aprendizagem diferenciada.

Na tentativa de projetar um modelo de atividade que associe conhecimentos diversos em torno de um tema gerador foi o objetivo desse estudo. O objeto matemático escolhido, radicais, se justifica pela especificidade de suas propriedades, que causam conflitos epistemológicos para a compreensão de suas regras formais, em que há uma preponderância da aplicação de algoritmos e, por isso, inferimos que não apresentam significado e sentido para os estudantes.

O desenvolvimento do modelo da atividade possibilitou que as disciplinas fossem articuladas para manter a unidade do uso do objeto radical em diferentes situações. Constituiu de uma ideia original, em que os autores usaram o raciocínio abdutivo para: interligar conceitos matemáticos com outras disciplinas; elaborar um modelo de atividade diferente daqueles que são encontrados nos livros didáticos; caracterizar a aplicação das regras e procedimentos envolvidos com o objeto radical, sem com isso perder ou minimizar a importância deles para a sua aprendizagem.

Observa-se também que no modelo proposto, a atividade elaborada para a matemática considerou a importância que os conceitos envolvidos no conteúdo radicais têm para as outras áreas de conhecimento, como também, para o campo interno da Matemática. Nesse sentido é que não perdemos o foco em relação a aplicação de algumas regras e conceitos do objeto matemático escolhido, tais como:

- a. Na questão a o estudante precisa identificar qual o conjunto que contém o número de ouro (ϕ);
- b. Na questão b surge a necessidade da aplicação da operação de adição com radicais;
- c. Na questão d é solicitada o inverso do número ϕ , que envolve procedimentos algoritmos relacionados a racionalização do denominador

Estas regras são fixas e formais, ou seja, foram convencionadas no universo da matemática, pois compreendem uma lei geral, denominada por Peirce de símbolos. Na matemática eles estão dispostos por elementos ordenados que interagem entre si formando um sistema, ao qual Granger (2013) denomina-o de sistema simbólico formal. (p.132) Para o autor o sistema simbólico é formal quando é composto de regras supostamente estáveis e não apresentam variedade sintática na sua composição.

O signo ϕ ao ser relacionado como o número de ouro, pelo homem, adquire o caráter de uma lei que associa o signo ao objeto (número), tal propriedade constitui uma regra matemática que se torna um símbolo, o símbolo ϕ (phi). Seu reconhecimento pelos pares, os matemáticos, faz com que o número de ouro seja legitimado e universalizado passando a ser um dos componentes do sistema simbólico formal.

Nas questões c e f aparece a necessidade de que o estudante generalize sua solução a partir dos procedimentos matemáticos realizados nas questões b e “e”. É nesse momento que a mente utiliza o raciocínio abdutivo para dar origem a uma ideia nova, um *insight*, com o objetivo de proporcionar um pensamento geral, uma regra matemática produzida pelo raciocínio dedutivo.

Nas questões h e i a presença da criatividade se apresenta de forma mais expressiva. Na questão h o estudante terá que levantar conjecturas, hipóteses para justificar a sua resposta, nesse momento terá que fazer o uso do raciocínio abdutivo. O mesmo acontecerá ao responder à questão i, em que o uso da criatividade se apresenta ao elaborar o enunciado de um problema possibilitando-o a externar o significado que ele atribuiu ao objeto radical e as regras formais que o compõe.

No que tange ao desenvolvimento do raciocínio abdutivo para potencializar a criatividade matemática na solução do modelo proposto, inferimos que:

- As perguntas envolvidas nas atividades por disciplina possibilitam: que os estudantes criem conjecturas e soluções; verifique a veracidade dos resultados; realizem pesquisas em diferentes meios; obtenha o acesso a cultura de outros países e da comunidade em seu entorno.
- tema gerador da atividade se concentrou em um objeto matemático, e a partir dele as outras áreas do conhecimento foram se ajustando.
- Radicais é um conteúdo formado essencialmente de regras formais e algoritmos, entretanto, o trabalho com o projeto abriu espaços para que tais regras fossem aplicadas e interpretadas dentro de um contexto mais amplo.
- As questões b e f da atividade elaborada induzem o estudante a conjecturar regras lógicas na sua interpretação do conceito, no entanto, elas podem ou não, serem aceitas nos cânones científicos da matemática.
- Para as questões e e g da atividade, constatamos que existem os processos de comparação, demonstração da igualdade e verificação da veracidade das afirmações.
- processo de racionalização, que se apresenta nos livros didáticos de forma algorítmica e sem explicação do seu significado, na atividade adquire um sentido quando aplicados nos retângulos áureos.
- As letras g e h são perguntas “pontes”, pois ligam as atividades desenvolvidas nas disciplinas de História e Artes e são aquelas que permitem revelar como os conceitos acerca do conteúdo radical foram construídos pelo estudante.

Verificamos que o modelo de atividade tem potencial para que os estudantes: produzam sentido e significado do objeto matemático; desenvolvam a criatividade; formulem ideias novas, aprendam a interpretar enunciados, levantem conjecturas, avaliem suas respostas, reconheçam a importância do conteúdo para outras áreas de estudo, valorizem as regras formais, identifiquem quais regras e em que momento elas são aplicadas.

Ao delimitarmos o potencial do modelo criado, os aspectos do raciocínio abdutivo de Charles Sanders Peirce e do pensamento formal de Gilles-Gaston Granger foram sendo identificados como complementares na elaboração do modelo de atividade proposto. Constatamos que o caminho percorrido pela mente para a compreensão do objeto matemático, radicais, começa pelo uso do raciocínio abdutivo

ao criar ideias novas e para serem validadas são mobilizados elementos do sistema simbólico formal (regras, símbolos, operações, estruturas, entre outras.) para o desenvolvimento do raciocínio dedutivo que constituem o pensamento matemático.

DISCUSSÃO

No texto apresentamos alguns aspectos dos estudos sobre o raciocínio abdutivo desenvolvido por Charles Sanders Peirce e o pensamento formal de Gilles-Gaston Granger. Para o seu desenvolvimento, elaboramos um modelo de projeto com atividades que proporcionam um olhar interdisciplinar envolvendo cinco das disciplinas que compõe o quadro de componentes curriculares estabelecidas para o 9º ano do Ensino Fundamental.

No que concerne a resposta da pergunta: **Como um modelo de atividade envolvendo o conteúdo matemático radical, pode suscitar o raciocínio abdutivo e promover a criatividade no processo de ensino e aprendizagem, sem perder os aspectos formais do objeto?** Constatamos que o modelo prioriza a construção do conceito pelo estudante; abriu espaços de diálogo entre professores, entre os estudantes e entre professor e estudantes; proporciona espaços para que o estudante explicita como ele formou o conceito; favorece ao docente a percepção de como o estudante está formando o conceito; promove momentos em que o docente pode reorientar os estudantes, caso verifique equívocos na apreensão das regras matemáticas; estimula as demonstrações e justificativas para as respostas das perguntas, pois são boas estratégias para o desenvolvimento do raciocínio abdutivo e da criatividade; apresenta um tema gerador que promove a comunicação, socialização, investigação, estudo, parceria entre os envolvidos no projeto interdisciplinar; possibilita a avaliação dos limites do tema gerador, pois ele não irá contemplar todas as regras matemáticas referentes ao objeto em estudo; identifica que o tema gerador tem a função de despertar uma visão holística do objeto e os significados que ele apresenta nas diferentes áreas do conhecimento e no contexto da vida.

Para estudos posteriores, sugerimos que a atividade seja aplicada em escolas do Ensino Básico com a intenção de verificar quais as contribuições que o modelo da atividade criado proporciona para a aprendizagem dos estudantes.

REFERÊNCIAS

- Granger, G.G. (2013). *Filosofia, linguagem, ciência*. Tradução Ivo Storniolo e José Luiz Cazarotto – Aparecida, SP: Editora Ideias & Letras – (Coleção Filosofia e História da Ciência).
- Peirce, C.S. (2005). *Semiótica*. (J.T. C. Neto, Trad.) - São Paulo: Perspectiva. – (Estudos; 46/ dirigida por J. Guinsburg).
- Silveira, M.R.A. (2008). Aplicação e interpretação de regras matemáticas. *Educação Matemática e Pesquisa*, São Paulo, 10 (1), pp. 93-113. Recuperado de <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/viewFile/1645/1061>.