

Artículo original

Modelo de Van Hiele en el aprendizaje de cuadriláteros, en estudiantes del cuarto grado de educación secundaria, Huancavelica

Van Hiele model in the learning of quadrilaterals, in students of the fourth grade of secondary education, Huancavelica

Armando Huamán Arotoma^{1, a}

Leonilda Carhuapoma Quispe^{2, b}

¹ Universidad Nacional de Huancavelica, Huancavelica, Perú

armandoaha2017@gmail.com

^a ORCID: <https://orcid.org/0009-0008-7294-5667>

² Universidad Nacional de Huancavelica, Huancavelica, Perú

leonildaunh25@gmail.com

^b ORCID: <https://orcid.org/0009-0001-1302-1965>

Información

Recibido: 11/03/2024.

Aceptado: 15/10/2024.

Palabras clave:

Modelo Van Hiele,
cuadriláteros,
aprendizaje.

Resumen

El trabajo de investigación es el resultado de una tesis y comprende un estudio sobre la ejecución del modelo de Van Hiele en el aprendizaje de cuadriláteros, en los estudiantes del cuarto grado de educación secundaria en una zona rural en Huancavelica. La investigación fue de nivel explicativo, con un diseño pre experimental de un solo grupo de 12 estudiantes que forman parte de la población y muestra a la vez, a quienes se les administró un pre test; luego, con ellos se realizó un conjunto de ocho actividades que contienen materiales de geometría con el contenido de cuadriláteros, diseñados con el modelo de Van Hiele, el desarrollo de las actividades o sesiones de clases se llevó a cabo durante dos meses; luego de culminar las sesiones de clases, se administró un post test que son las pruebas pedagógicas. Como resultado de la ejecución del post test, se obtiene que el nivel de aprendizaje de los estudiantes fue superior que al momento de iniciar las actividades académicas; además, los estudiantes alcanzan el nivel 4 de Van Hiele en la comprensión del concepto de los cuadriláteros, en comparación a los resultados obtenidos en el pre test, donde algunos estudiantes alcanzaron el nivel cero, evidenciándose que modelo Van Hiele influyó a que los estudiantes pudieran comprender en mayor grado el tema de cuadriláteros.

Information

Keywords:

Van Hiele Model,
Quadrilaterals, Learning

Abstract

This research is the result of a thesis and comprises a study on the implementation of the Van Hiele model in the learning of quadrilaterals among fourth-grade secondary education students in a rural area of Huancavelica. The research was an explanatory level, with a pre-experimental design involving a single group of 12 students, who formed both the population and the sample. A pre-test was administered to the students, followed by a set of eight activities containing geometry materials focused on quadrilaterals, designed using the Van Hiele model. The development of the activities or class sessions took place over two months. After completing the class sessions, a post-test was administered as a pedagogical assessment. The results from the post-test indicated that the students' level of learning was higher compared to the beginning of the academic activities. Additionally, the students reached Van Hiele Level 4 in their understanding of the concept of quadrilaterals, in contrast to the pre-test results, where some students were at level 0. This evidence shows that the Van Hiele model significantly contributed to the students' deeper understanding of the topic of quadrilaterals.

INTRODUCCIÓN

La preocupación por mejorar la comprensión de la geometría, tiene sus orígenes en la preocupación de los académicos, quienes buscan que los estudiantes mejoren su percepción del espacio, su capacidad

de visualización y abstracción, debiendo deben elaborar conjeturas y argumentos acerca de las relaciones geométricas. Una de las investigaciones más trascendentales que se desarrolló en este campo de la enseñanza y aprendizaje, es el trabajo de Van Hiele, quien describe las formas de razonamiento y los niveles de pensamiento que alcanzan los estudiantes en la geometría (Crowley, 1987). En este contexto, existen muchos investigadores que han adoptado diversas estrategias y uso de tecnologías para mejorar el aprendizaje de los contenidos de la geometría, como Morales & Maje (2011) quienes estudiaron el desarrollo del pensamiento espacial en los estudiantes, desde la enseñanza de los cuadriláteros y el uso del software GeoGebra. El mencionado estudio, presenta como marco teórico el modelo de Van Hiele; esta investigación se dividió en dos fases. La fase I denominada diagnóstico, en la cual los autores mencionan que los errores y dificultades más frecuentes en los estudiantes están relacionados con el uso de estereotipos y el déficit para realizar clasificaciones inclusivas. La fase II que constituye la propuesta didáctica en torno al tema de cuadriláteros.

Asimismo, Maguina (2013) en su estudio “Una Propuesta Didáctica para la enseñanza de los cuadriláteros basada en el modelo de Van Hiele”, el mismo que fue de tipo cualitativo cuyo propósito fue diseñar una propuesta didáctica, según el modelo de Van Hiele, promueve que los estudiantes del cuarto grado de secundaria de educación básica regular (EBR) alcancen el nivel 3; en esta investigación hace uso del software de GeoGebra como herramienta tecnológica, teniendo como conclusión que la propuesta didáctica diseñada, según las fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele, permitió que los estudiantes logren un grado de adquisición alto en el nivel 1, un grado de adquisición intermedio en el nivel 2 y se encuentren desarrollando habilidades en el nivel 3.

Es así que los diferentes escenarios tanto internacional como nacional nos muestran la necesidad de mejorar la educación, en especial la educación huancavelicana, cuya materia en dificultades es la Matemática, por el bajo rendimiento educativo, tal como muestra la prueba de Programa Internacional de Evaluación de los Alumnos (PISA) que se dio en 2015; donde participaron 281 colegios (particulares y públicos) elegidos al azar de las 24 departamentos y las dos provincias de régimen especial (Lima y Callao), donde los resultados indican una mejoría con respecto a la prueba PISA del 2012; sin embargo, Perú ocupa los últimos lugares a nivel internacional (José Garrido, 2017). Asimismo, respecto a la Evaluación Censal de Estudiantes (ECE, realizada en noviembre del año 2016 entre los y las estudiantes de segundo grado de educación secundaria,), en las instituciones educativas públicas y privadas, en la región Huancavelica, los estudiantes obtuvieron los niveles de logro Previo al inicio en un 52.8%, evidenciándose la variabilidad según instituciones educativas (públicas o particulares). En un trabajo de investigación que se realizó en dos instituciones educativas, una urbana y otra rural, los resultados muestran el nivel de logro preocupante, ya que el 64.0% de estudiantes están en nivel previo al inicio y el 29.0% están en nivel de inicio (MINEDU-DRE-HUANCAVELICA, 2017, p. 13).

Estos resultados, evidencian algunos indicadores a seguir investigando diversas estrategias, metodologías o teorías de las didácticas de las matemáticas que el docente debemos utilizar en el desarrollo de las clases. Por el cual, siendo el modelo de Van Hiele una de las teorías que tiene un fundamento sólido, nos permite desarrollar la investigación en la enseñanza de los cuadriláteros en la asignatura de Geometría, ya que muchos estudios muestran que es un modelo con mejores perspectivas que se ejecuta en países desarrollados; además, propone alcanzar un nivel nuevo de pensamiento utilizando actividades en las que se activan: análisis, clasificación, deducción formal y rigor. Cada uno de estos niveles desarrollan fases, en las que se aplican preguntas, orientación dirigida, explicación, orientación libre e integración; direccionando cada proceso a una integración de nivel superior orientado de lo visual a lo abstracto.

Para realizar el trabajo de investigación se planteó como problema: ¿Cómo influye la aplicación del modelo de Van Hiele en el aprendizaje de cuadriláteros, en los estudiantes del cuarto grado de una institución educativa en Huancavelica?

MATERIAL Y MÉTODOS

Para el estudio se tiene como fundamento teórico la Teoría de Van Hiele, siendo esta una teoría diseñada para la enseñanza y aprendizaje de la geometría, lo cual se construye pasando por niveles de pensamiento. Según este modelo geométrico de los esposos Pierre van Hiele y Dina van Hiele-Geldof,

se requiere una adecuada instrucción para que los estudiantes puedan pasar a través de cinco niveles que son: información, orientación dirigida, explicación, orientación libre e integración.

Los niveles de razonamiento según Pérez (2009) y Van Hiele (1957) son los siguientes:

- Nivel 0, de visualización o reconocimiento, en ella los estudiantes perciben las cosas como un todo, no clasifican características, sino que simplemente lo visualizan y lo asocian con elementos que ya conocen, en ella desarrollan un vocabulario geométrico.
- Nivel 1, de análisis, aquí el estudiante por medio de lo que observa y experimenta aprende y comprende los tipos, clases y formas de las figuras, pero aún no discierne definiciones específicas.
- Nivel 2, deducción informal, en ella el estudiante comprende las definiciones, reconoce clases de figuras, detalla las figuras de manera juiciosa, solo puede seguir pasos, pero aún no consiguen entender correctamente los axiomas.
- Nivel 3, deducción formal, en ella el estudiante ya comprende las deducciones para construir una conjetura geométrica, Van Hiele define este nivel como la esencia de la Matemática.
- Nivel 4, que es el Rigor, en este nivel el estudiante ya puede trabajar muy bien una diversidad de métodos axiomáticos y puede captar la geometría en forma abstracta.

Por eso Ortega (2005), considera que el modelo Van Hiele asegura el progreso a través de los niveles, pues estos van a depender más de la instrucción recibida que de la edad de madurez del estudiante.

Fases del modelo de Van Hiele

Además, existen fases en este proceso de construcción del conocimiento; Planas, et al (2012) consideran que las fases del modelo de Van Hiele, son acciones que debe realizar cada estudiante con ayuda del docente para desarrollar un nivel superior de razonamiento, las cuales son cinco (Vojkuvkova, 2012). Para lograr el desarrollo del tema, las actividades que se realizaron en clase tuvieron como principio básico las siguientes fases que se describen de la siguiente manera:

- Información, en ella se menciona o se da a conocer lo que se va a enseñar y lo que se va a aprender. En otras palabras, en este período el maestro indaga los conocimientos previos sobre los conceptos que se irá a tratar, se explica qué trayectoria tomará el estudio.
- Orientación Dirigida, en ella el estudiante aprende y comprende cuales son los significados y propiedades principales de un tema específico. Explora dichos conceptos a través de los materiales que se le va a plantear consecutivamente.
- Explicación, esta fase no es más que verificar la forma de como el estudiante se desenvuelve verbalmente, al explicar sus experiencias previas. La participación del educador debe ser mínima en esta fase, solo debe cuidar el lenguaje del estudiante.
- Orientación
- Orientación libre, en ella el educando aplica los conocimientos y el lenguaje que ha adquirido, y se enfrenta a tareas más complejas que pueden concluirse con distintos procedimientos. El objetivo específico de esta fase es consolidar los conocimientos adquiridos.
- Integración, y en ella se acumulan todas las fases, está lo sintetiza, para lograr así aplicar lo aprendido, en esta última fase no se presenta nada nuevo sino una síntesis de lo ya hecho. Una vez superada esta quinta fase los estudiantes han alcanzado un nuevo nivel de aprendizaje, y están listos para repetir las fases para el nivel superior que sigue

Teniendo en consideración los niveles y etapas de la Teoría de van Hiele; en la investigación se empleó el método científico, en la cual se inicia con la observación, posteriormente la delimitación del problema, seguida del objetivo e hipótesis. De modo específico se utilizó el método experimental que consistió en el estudio de los fenómenos educativos, en los cuales se manipulan determinadas variables, siendo su objetivo hallar las respuestas con mayor precisión para el problema en investigación, se trabajó con 12 estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de la Institución Educativa elegida, el grupo de

estudiantes que fueron parte de la investigación se seleccionó de manera directa, porque es la única sección del cuarto grado en la institución educativa.

El medio utilizado fueron las sesiones de aprendizaje sobre los cuadriláteros, están formuladas de acuerdo a las fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele y cada una de las sesiones está compuesta con sus respectivas actividades que deberán ser desarrolladas en el aula. Asimismo, los instrumentos fueron las fichas hemerográficas, lista de cotejos y prueba escrita. Estas fichas están conformadas por un conjunto de preguntas, preparadas cuidadosamente sobre los hechos y aspectos que interesan a la investigación, los procedimientos para la recolección de datos, se enmarcan en los siguientes: la aplicación de prueba de entrada del Modelo de Van Hiele a los 12 estudiantes del cuarto grado y la aplicación de la prueba de salida. En este trabajo de investigación para verificar la hipótesis se utilizó la estadística descriptiva e inferencial.

RESULTADOS

Luego de haber realizado el desarrollo de los ocho talleres acompañado de fichas de aprendizaje y la prueba de salida respectiva luego de terminar los talleres; se obtiene los resultados que se muestra en la tabla N° 1, donde se muestran los resultados de la prueba de entrada que se evaluó al inicio de la investigación y antes de realizar los talleres del modelo Van Hiele y la prueba de salida. Para el estudio, se estableció cuatro niveles de baremo para categorizar el aprendizaje de los cuadriláteros de acuerdo a lo establecido por la MINEDU con los nominativos de: “en inicio”, “en proceso”, “logro previsto” y “logro destacado”, tal como se muestran en la siguiente tabla:

Tabla 1.

Resultado de los niveles de aprendizaje de los cuadriláteros en la prueba de entrada y salida.

Nivel de logro	Prueba de entrada		Prueba de salida	
	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
En inicio	12	100%	0	0%
En proceso	0	0 %	1	8%
Logro previsto	0	0 %	5	42%
Logro destacado	0	0 %	6	50%
Total	12	100%	12	100%

En la tabla se aprecia que el resultado de la prueba de entrada los 12 estudiantes se encuentran en el nivel de inicio. En cambio, la prueba de salida muestra que los estudiantes han alcanzado cierta mejora orientado en su mayor parte a logro destacado. El análisis de los resultados obtenidos en la aplicación del *Modelo de Van Hiele* en el aprendizaje de cuadriláteros a estudiantes de cuarto grado de educación secundaria, se aprecia el progreso a diferencia de la prueba de entrada. Pero no basta expresar como logro, sino que los estudiantes han alcanzado en su mayor parte los niveles de razonamiento propuesto por van Hiele:

Un grupo de estudiantes alcanzan el nivel 2, deducción informal, en ella los estudiantes comprenden las definiciones, reconocen clases de figuras, detallan las figuras de manera juiciosa, aunque no consiguen entender correctamente los axiomas. Otro grupo de seis estudiantes alcanzan el nivel 3, donde realizan la deducción formal y comprenden las deducciones para construir una conjectura geométrica. Durante del desarrollo de los talleres los participantes tuvieron dificultad alcanzar el nivel 4, porque este nivel tiene un Rigor orientado al desarrollo de los métodos axiomáticos y captar la geometría en forma abstracta. En el siguiente párrafo, se muestra algunas figuras como prueba de desarrollo de los estudiantes como resultado de las pruebas de entrada y salida.

a) Resultados de la prueba de entrada:

Al inicio del proceso de aprendizaje, todos los estudiantes se encuentran en el nivel más bajo de desarrollo según el Modelo de Van Hiele, lo que sugiere que no tienen un dominio significativo del contenido relacionado con cuadriláteros. Esto podría indicar que los estudiantes poseen un conocimiento limitado o superficial sobre el tema de cuadriláteros, posiblemente debido a una enseñanza previa insuficiente o una falta de comprensión conceptual por parte del estudiante.

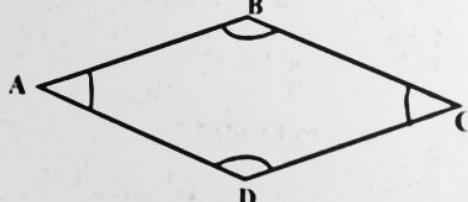
A la pregunta de cuántos ángulos internos tiene el paralelogramo, los estudiantes en su primera presentación, muy probable tuvieron dificultad en reconocer los elementos que tiene un rombo o tomaron a la ligera y pudieron compartir la respuesta sin observar acuciosamente los ángulos dos a dos. Además, se tiene en cuenta que este tema fue parte de clases desarrollados en niveles de educación primaria y luego en los primeros años de educación secundaria. Al respecto, los estudiantes se encuentran en el nivel 1, porque los estudiantes luego de su pase en los años anteriores pudieron aprender y comprender los tipos, clases y formas de las figuras, pero aún no discierne definiciones específicas de tema de paralelogramos.

Figura 1.

Resultado de la primera pregunta de la prueba de entrada.

1. Dada la siguiente figura. Marque la alternativa correcta: el número de ángulos internos es:

A) Tres ángulos obtusos.
 B) Cuatro ángulos agudos.
 C) Tres ángulos rectos y un ángulo obtuso.
 D) Dos ángulos agudos y dos ángulos obtusos.



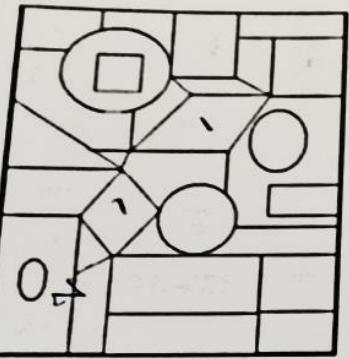
Por lo que se observa que la mitad de estudiantes participantes consideraron la respuesta D; sin tener en cuenta que el rombo es un paralelogramo con cuatro lados de la misma longitud, dos ángulos agudos (menores de) iguales y otro par de ángulos obtusos (mayores de) también iguales.

Con respecto a la pregunta 6; se tiene como resultado que 11 de los 12 estudiantes no pudieron identificar los diferentes tipos de cuadriláteros que existen en la figura. Por ejemplo, algunos estudiantes solo contaron cuadrados, algunos solo rombos y algunos los consideran en el mismo grupo.

Figura 2.

Resultado de la pregunta 6 de la prueba de entrada.

6. En la figura que se muestra 16 cuadriláteros. Asigne un número diferente a cada uno de ellas y luego agrupe estos números según el tipo de cuadrilátero al que pertenezca.



PARALELOGRAMOS <u>04</u> <u>10</u> <u>para</u> lelogramos
TRAPECIOS <u>04</u> <u>6</u> <u>trapecios</u>

Nuevamente los estudiantes en esta etapa, se encuentran en el Nivel 0. Este nivel es de visualización o reconocimiento, en ella los estudiantes perciben las cosas como un todo, no clasifican características, sino que simplemente lo visualizan y lo asocian con elementos que ya conocen.

b) Resultados de la prueba de salida:

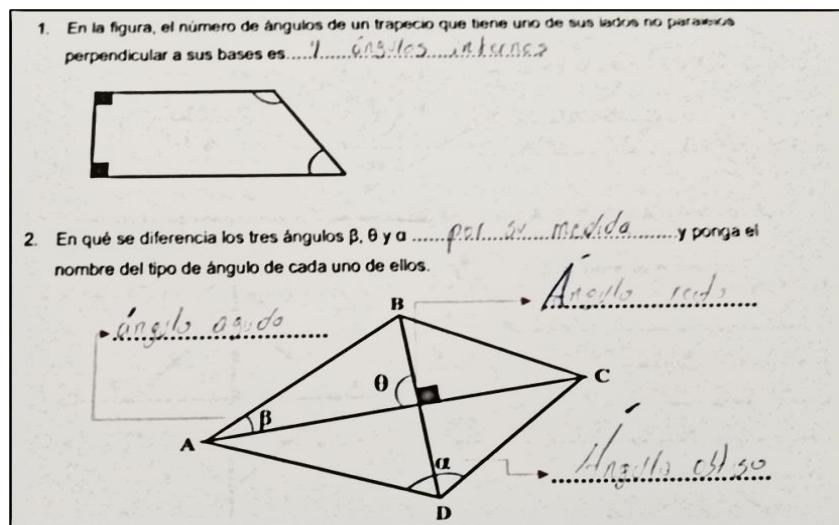
Los resultados de la prueba de salida muestran una mejora considerable en el rendimiento de los estudiantes. Ningún estudiante se queda en el nivel de *inicio*, lo que significa que todos han progresado en su comprensión. La distribución de los estudiantes en los diferentes niveles de desempeño muestra que:

- **1 estudiante** está en el nivel *en proceso*, lo que sugiere que ha logrado una mejora parcial, pero todavía no alcanza un dominio completo de los contenidos.
- **5 estudiantes** alcanzan el nivel de *logro previsto*, lo que indica que han alcanzado los objetivos esperados del aprendizaje de cuadriláteros.
- **6 estudiantes** alcanzan el nivel de *logro destacado*, demostrando un dominio avanzado del tema, lo cual implica una comprensión profunda y la capacidad de aplicar conceptos de cuadriláteros de manera más abstracta y generalizada.

Respecto a la primera y segunda pregunta de la prueba de entrada fue modificada, considerando que en la prueba de salida se tenga cierta dificultad y tenga mayores elementos para identificar.

Figura 3.

Resultado de la primera pregunta de la prueba de entrada.

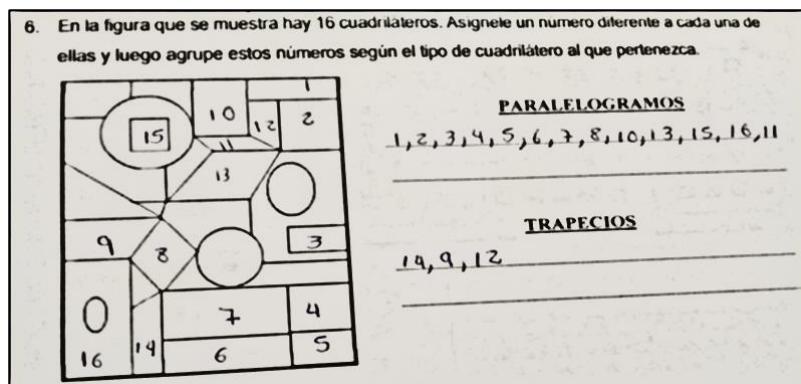


El 100% de estudiantes que participaron, dieron respuesta correcta a los ítems 1 y 2 de la prueba de salida. Estas respuestas reflejan que los estudiantes son capaces de identificar el tipo de figura y los ángulos internos de un cuadrilátero, además, reconocen que los ángulos internos del cuadrilátero se diferencian por su medida y son capaces de identificar los nombres del tipo del ángulo que se muestra en el ítem 2. En este aspecto, los estudiantes logran superar el nivel 1 de van Hiele, porque logran identificar la forma de las figuras geométricas y las definiciones de los ángulos.

Esta pregunta, se toma como referencia, porque en la prueba de entrada los estudiantes tuvieron mayor dificultad y se presenta para realizar a modo de comparación.

Figura 4.

Resultado de la primera pregunta de la prueba de entrada.



Los doce estudiantes agrupan o clasifican de manera correcta los paralelogramos y los trapecios. Sin embargo, un estudiante considera que el cuadrado y el rombo está dentro de los trapecios; esta respuesta corresponde más allá de la pregunta realizada por el profesor, porque, según la definición inclusiva, todos los paralelogramos (incluidos los rombos, los cuadrados y los rectángulos no cuadrados) son trapecios. En este caso, el estudiante que dio respuesta que el cuadrado y el rombo se encuentran dentro de los trapecios se encuentra en el Nivel 3, porque realizó la deducción formal y comprende las deducciones para construir una conjectura geométrica, que Van Hiele clasifica este nivel como la esencia de la Matemática.

c) Análisis del progreso:

- El hecho de que **todos los estudiantes** hayan avanzado desde el nivel de *inicio* hasta niveles más altos indica que el *Modelo de Van Hiele* fue efectivo para desarrollar la comprensión geométrica de los cuadriláteros en este grupo de estudiantes.
- **El 50% de los estudiantes (6 de 12)** lograron un *logro destacado*, lo cual es un resultado positivo y muestra que este enfoque pedagógico puede no solo ayudar a los estudiantes a comprender los conceptos básicos, sino también a profundizar en su comprensión y aplicarlos en contextos más complejos.
- **5 estudiantes (42%)** alcanzaron el *logro previsto*, lo que representa un buen rendimiento en relación con los objetivos de aprendizaje planteados inicialmente.
- Aunque **1 estudiante** quedó en el nivel de *en proceso*, aún hay una mejora en su desempeño comparado con el inicio, lo cual podría indicar la necesidad de reforzar ciertos aspectos para alcanzar un nivel más avanzado.

d) Implicancias pedagógicas:

- El Modelo de Van Hiele propone una progresión en los niveles de comprensión geométrica que va desde la visualización hasta el análisis formal de las propiedades geométricas. Los resultados sugieren que el enfoque fue exitoso en guiar a la mayoría de los estudiantes a través de estos niveles.
- Los resultados también reflejan la efectividad del enfoque del *Modelo de Van Hiele* en términos de estructurar el aprendizaje de la geometría de manera secuencial, permitiendo que los estudiantes desarrollen habilidades desde una comprensión básica hasta un pensamiento geométrico más abstracto y analítico.

- Es importante reflexionar sobre el estudiante que se quedó en el nivel de *en proceso*, posiblemente requiriendo apoyo adicional o un ritmo diferente para lograr un mayor avance (Vojkuvkova, 2012).

En este contexto, MINEDU (2005, p. 24) considera que los estudiantes en este nivel están empezando a desarrollar los aprendizajes previstos o evidencia dificultades para desarrollo de éstos, por lo que ellos necesitan mayor tiempo de acompañamiento e intervención del docente de acuerdo con su ritmo y estilo de aprendizaje. Asimismo, al encontrar estos cambios en el aprendizaje de cuadriláteros y sus niveles de razonamiento como consecuencia del uso del modelo de Van Hiele, resultados que se relacionan con la investigación realizado por Vargas (2013) y los trabajos de Van Hiele (1957), quienes consideran que la enseñanza de la Geometría produce un progreso de razonamiento geométrico al utilizar los cinco niveles de este modelo: la visualización, el análisis, la suposición informal, la formal y el rigor, hacen que el estudiante complete cada uno de estos niveles hasta llegar al superior, así desarrollar su razonamiento.

Asimismo, Maguiña (2013), sostiene que el modelo de Van Hiele, pues este propone alcanzar un nivel nuevo de razonamiento geométrico utilizando actividades como: el reconocimiento, análisis, clasificación, deducción formal y rigor. En cada uno de estos niveles se desarrollan las fases las cuales son: preguntas, orientación dirigida, explicación, orientación libre e integración. Siempre van de lo visual a lo abstracto. Cada una ayuda a desarrollar el razonamiento lógico para que el estudiante se desenvuelva adecuadamente en la vida y que comprenda que no solo es aprender, sino llevarlo a la práctica (Crowley, 1987).

Para la verificación de la hipótesis, se ha tomado en cuenta los resultados de la prueba de entrada y la prueba de salida; además, se tuvo en cuenta que la muestra es intencional de un solo grupo de estudio, por lo que se ha optado realizar la prueba no paramétrica de diferencia de rangos de Wilcoxon, cuyo resultado se muestra en la siguiente tabla.

Tabla 2.

Prueba de Wilcoxon sobre el aprendizaje de cuadriláteros de estudiantes del cuarto grado.

Rangos	N	Rango de promedios	Suma de rangos	Z	Sig.
P_entrada – P_salida Rangos negativos	0 ^a	,0	,00	-3,059 ^b	,002
Rangos positivos	12 ^b	6,50	78,00		
Empates	0 ^c				
Total	12				

Con base en los resultados de la prueba de Wilcoxon y la información proporcionada, procedemos a analizar la situación en el contexto de la hipótesis planteada

Hipótesis planteada:

- Hipótesis nula (H₀): La aplicación del modelo Van Hiele no influye en el aprendizaje de cuadriláteros de los estudiantes del cuarto grado.
- Hipótesis alternativa (H_a): La aplicación del modelo Van Hiele influye en el aprendizaje de cuadriláteros de los estudiantes del cuarto grado.
- Como resultado se observa que el valor de la distribución normal de Wilcoxon para un tamaño demuestra de 12 estudiantes a un nivel de significancia de 0,002 es de Z=-3,059; lo que significa que este valor representa la distancia estándar entre los rangos de las dos muestras (pruebas de entrada y salida). Dado que es negativo y significativamente alejado de 0, indica que hubo una

reducción considerable en los rangos negativos; lo que implica que los puntajes de la prueba de salida fueron de mayor puntaje que los puntajes obtenidos en la prueba de entrada, por lo que se apoya la hipótesis alterna.

DISCUSIÓN

Los resultados muestran una mejora en la comprensión de los contenidos de cuadriláteros, con la mayoría alcanzando los niveles esperados o superiores. El **Modelo de Van Hiele** propone ser una herramienta pedagógica eficaz para enseñar geometría en este contexto, permitiendo una evolución clara en los niveles de pensamiento geométrico. Maguiña (2013) en su trabajo considera alcanzaron el nivel 2 y con progreso de desarrollo hacia el nivel 3; en cambio en el trabajo que se realizó, se obtuvo que los estudiantes lograron alcanzar el nivel 3; sin embargo, existen dificultades para la comprensión de inclusión de los elementos conceptuales de cuadriláteros, en este caso algunos estudiantes tienen mejor comprensión que algunos con ciertas dificultades. Por tanto, la clave para maximizar el éxito de los estudiantes es continuar monitoreando el progreso individual de los estudiantes y brindar apoyo adicional a aquellos que no alcanzaron los niveles esperados, asegurando que todos logren un dominio sólido de los conceptos geométricos.

Con base en los resultados de la prueba de Wilcoxon, se concluye que la aplicación del modelo Van Hiele influye de manera favorable y significativa en el aprendizaje de cuadriláteros de los estudiantes del cuarto grado de la institución educativa. Esto implica que el modelo ha tenido un impacto positivo en el aprendizaje de los estudiantes, evidenciado por una mejora significativa en sus puntajes de salida respecto a los de entrada.

Agradecer al programa 0066 (programa de apoyo a la investigación) de la Universidad Nacional de Huancavelica por la subvención de la investigación.

REFERENCIAS

Crowley, M. L. (1987). The van Hiele Model of the Development of Geometric Thought. En M. Montgomery Lindquist (Ed.), *Learning and Teaching Geometry, K-12* (pp. 1-16). Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics. <https://www.cns-eoc.colostate.edu/docs/math/mathactivities/june2007/The%20van%20Hiele%20Model%20of%20the%20Development%20of%20Geometric%20Thought.pdf>

Maguiña Rojas, A. T. (2013). *En la tesis titulada "Una Propuesta Didáctica para la enseñanza de los Cuadriláteros Basada en el Modelo de Van Hiele"*.

Ministerio de Educación. (2017). *DRE-Huancavelica-2016-1 Cuanto aprenden nuestros estudiantes*. Obtenido de Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes: <http://umc.minedu.gob.pe/wp-content/uploads/2017/04/DRE-Huancavelica-2016-1.pdf>

Morales, C., & Majé, R. (2011). *Competencia matemática y desarrollo del pensamiento espacial. Una aproximación desde la enseñanza de los cuadriláteros*. (Tesis de maestría).

Ortega, T. (2005). *Conexiones matemáticas*. Editorial Grao.

Pérez, C. (2009). *El modelo Van Hiele y la programación neurolingüística para la enseñanza del bloque geometría de la segunda etapa de educación básica*.

Planas, N., Blanco, L., Gutiérrez, A., Hoyles, C., Valero, P., & Linares, S. (2012). *Teoría, Crítica y Práctica de la educación matemática*.

Van Hiele, P. M. (1957). *El problema de la comprensión: En conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometría* [Tesis doctoral, Universidad Real de Utrecht]. <http://www.uv.es/aprengeom/archivos2/VanHiele57.pdf>

Vojkuvkova, I. (2012). The van Hiele Model of Geometric Thinking. *WDS'12 Proceedings of Contributed Papers*, 72-75. https://physics.mff.cuni.cz/wds/proc/pdf12/WDS12_112_m8_Vojkuvkova.pdf