

Artículo original

Valoración de una propuesta educativa para el desarrollo del razonamiento algebraico a través de la noción de linealidad

Evaluation of an educational proposal for the development of algebraic reasoning through the notion of linearity

Raúl Alfredo Supo Orihuela ^{1,a} Cecilia Rosa Gaita Iparraguirre ^{2,b}

¹ Innova Schools. Lima, Perú

^a ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2639-9569>

raul.supo@innovaschools.edu.pe

² Pontificia Universidad Católica del Perú. Lima, Perú

^b ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7827-9262>

cgaita@pucp.edu.pe

Información	Resumen
Recibido: 14/03/2021. Aceptado: 26/05/2021.	En esta conferencia presentamos una síntesis de una investigación cuyo objetivo fue valorar, en términos de la evolución del Razonamiento Algebraico Elemental (RAE), la propuesta de una institución educativa particular teniendo como foco la noción de linealidad. Herramientas teóricas del Enfoque Ontosemiótico son usados para elaborar constructos teóricos que nos permitieron lograr nuestro objetivo. La noción de configuración ontosemiótica fue aplicada para elaborar un significado de referencia de la linealidad en la formación básica y los niveles del RAE que fueron adaptados a esta noción para valorar su práctica matemática. Posteriormente, se analizaron documentos oficiales de la institución educativa para determinar si está propicia la evolución del RAE a través de dicha noción. Los resultados determinan que en dicha institución la noción de linealidad se desarrolla en los diferentes grados del nivel primario y secundario y, además, se propicia la evolución del RAE en los estudiantes.
Information	Abstract
Keywords: Ontosemiotic approach, Elementary Algebraic Reasoning, Linearity, Mathematics teaching.	In this research we present a synthesis of an investigation whose objective was to evaluate, in terms of the evolution of Elementary Algebraic Reasoning (EAR), the proposal of a particular educational institution focusing on the notion of linearity. Theoretical tools of the Ontosemiotic Approach are used to elaborate theoretical constructs that allowed us to achieve our objective. The notion of ontosemiotic configuration was applied to elaborate a reference meaning of linearity in basic education and the RAE levels were adapted to this notion to assess its mathematical practice. Subsequently, official documents of the educational institution were analyzed to determine whether it favors the evolution of the RAE through this notion. The results show that in this institution the notion of linearity is developed in the different grades of the primary and secondary level and, in addition, the evolution of the RAE is favored in the students.

INTRODUCCIÓN

El desarrollo del Razonamiento Algebraico Elemental (RAE) ha tomado relevancia en los últimos años, esto ha significado un cambio en la concepción de a lo que enseñar Álgebra se refiere. El foco de este razonamiento dicta que la actividad matemática debe centrarse en la generalización y formalización de patrones de regularidad, como bien señalan Godino, Gonzato, et al. (2014). Esta concepción del álgebra, que le da mayor importancia a los procesos matemáticos antes que a los contenidos, ha sido adoptada por muchos sistemas de formación básica escolar. Particularmente, el Currículo Nacional del Perú (MINEDU, 2016) plantea que para ser competente en matemática se debe desarrollar cuatro competencias a lo largo de la formación básica regular. Consideramos que esta propuesta atiende a la

nueva concepción del Álgebra, ya que sobre la competencia *Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio* el MINEDU (2016) señala: “Consiste en que el estudiante logre caracterizar equivalencias y generalizar regularidades y el cambio de una magnitud con respecto a otra, a través de reglas generales” (p.73). Esto va acorde a lo señalado por Godino, Aké, et al. (2014), ellos señalan que el razonamiento algebraico implica formalizar y generalizar patrones y regularidades.

El trabajo de Burgos y Godino (2020) señala que la naturaleza algebraica de la proporcionalidad y sus diferentes significados permiten que emerjan distintos procesos y objetos algebraicos, tales como la generalización y la función lineal, respectivamente. En la misma línea, Acosta (2011) muestra que el desarrollo de la noción de linealidad se da a través de diversos significados, prestando mayor atención a la noción de proporcionalidad y función lineal. Esto nos permitió suponer que la noción de linealidad permite el desarrollo del RAE y que dicho desarrollo debe darse a lo largo de la formación básica. Es así que esta investigación tiene por objetivo valorar la propuesta de una institución educativa en términos del desarrollo del RAE, a partir del tratamiento que esta propone para la linealidad.

En esta investigación se hacen uso de algunas herramientas teóricas del Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos (EOS) y se adaptan los niveles del RAE para la noción de linealidad, teniendo en cuenta sus diferentes significados. Con dichos elementos se analiza la propuesta educativa y se presentan los resultados.

MATERIAL Y MÉTODOS

En el EOS el significado de un objeto matemático, como la linealidad, está ligado a las prácticas asociadas a él. Como bien señalan Godino et al. (2007), la práctica matemática es toda actuación que realiza alguien al resolver un problema. Es así que se define el significado de referencia como un sistema de prácticas operatorias y discursivas que permiten la construcción de algún significado matemático, prestando atención a las situaciones – problemas (Godino, Rivas et al., 2014).

Investigaciones asociadas a la linealidad (Acosta, 2011; Burgos y Godino, 2020) nos han permitido proponer un significado de referencia para dicha noción en la educación básica, cada significado es descrito en base a las situaciones asociadas a ellos. Es así que, en el nivel primario y secundario de la formación básica, la linealidad se presenta a través de distintos significados:

- *Significado informal*: En este significado se deben trabajar situaciones que permitan desarrollar patrones de percepción y de cambio. En este significado no contempla aún nociones matemáticas de forma estricta, por lo tanto, el razonamiento es aún informal y apela al conocimiento propio del estudiante.
- *Significado aritmético*: Este significado representa un significado previo a la proporcionalidad. Representa el primer contacto con nociones como: magnitudes, proporciones y razón unitaria (razón constante de cambio), aunque sin hacer mención a dichas nociones.
- Las situaciones se deben caracterizar por el uso de operaciones aritméticas (multiplicación y división) para su debida solución, pero relacionado al comparar dos magnitudes. Es decir, no son situaciones en las que solo se realicen operaciones aritméticas como “¿cuánto es 5×4 ?”.
- *Significado proporcional*: En este significado se trabajan nociones propias de las magnitudes directamente proporcionales: proporción, fracciones equivalentes y constante de proporcionalidad (razón unitaria). Podemos decir que es el significado en el que se debe tener en cuenta conceptos matemáticamente formales.
- Las situaciones deben estar asociadas a hallar un valor determinado en una proporción, al cálculo de la constante de proporcionalidad o razón unitaria, completar tablas de proporcionalidad y encontrar relaciones de proporcionalidad entre magnitudes (generalización en $y = kx$).
- *Significado funcional*: Este significado representa una consolidación de la linealidad en la formación básica. Se trabaja la noción de función lineal $f(x) = kx$ de manera formal y sus propiedades:

$$f(a + b) = f(a) + f(b)$$

$$f(ka) = kf(a)$$

- Las situaciones pueden presentarse en diversos contextos: gráficos, tabulares, conjuntos, analíticos y en patrones lineales (secuencias gráficas y numéricas). Aunque dicho patrón de carácter lineal puede encontrarse también en el significado proporcional, consideramos oportuno incluirlo en este significado ya que las actividades con patrones tienen la característica que demanda encontrar una regla general de formación, la cual debe ser una expresión lineal o lineal afín.
- Las situaciones de este significado se caracterizan por demandar encontrar una formalización en lenguaje alfanumérico de la función lineal. Esta formalización debe darse a partir de reconocer que “un aumento constante en la variable x ” determina “un aumento constante en la variable y ”.

Por otro lado, en Godino, Aké et al. (2014) y Godino et al. (2015) se definen niveles de razonamiento algebraico de las prácticas matemáticas escolares para el nivel primario y secundario, respectivamente. Esta descripción muestra los procesos algebraicos que se deben movilizar ante cualquier objeto algebraico:

- Nivel 0: Ausencia de álgebra. Objetos extensivos (particulares) expresados en un lenguaje natural. Es posible la aparición de algún símbolo, esto no implica la generalización.
- Nivel 1: Intervienen objetos intensivos (generales) en un lenguaje natural, numérico o gestual. En tareas funcionales la generalidad se expresa en lenguaje no alfanumérico.
- Nivel 2: Uso de variables para representar un objeto intensivo. Se resuelven ecuaciones de la forma $Ax \pm B = C$ y en tareas funcionales la generalización se expresa en lenguaje alfanumérico, pero aún no se realizan transformaciones a dichas expresiones.
- Nivel 3: La generalidad se formaliza en expresiones alfanuméricas y se realizan tratamientos para encontrar expresiones equivalentes (transformaciones). Se resuelven ecuaciones de la forma $Ax \pm B = Cx \pm D$. Nivel consolidado de algebrización.
- Nivel 4: Uso de parámetros para representar familias de funciones y ecuaciones, aunque el parámetro es presentado en su forma básica: un valor constante que no cambia (Drijvers, 2003, como se citó en Godino et al., 2015).

A partir de esta graduación general, proponemos lo siguiente:

- Una adaptación de los niveles del RAE a la noción de linealidad, de acuerdo a los procesos algebraicos propios de cada significado.
- Una valoración en términos de la evolución del RAE a la institución educativa Innova Schoos, respecto a los significados de la linealidad.

RESULTADOS

Niveles del Razonamiento Algebraico y su relación con los distintos significados de la linealidad en la educación básica

En el apartado anterior mostramos que cada significado pone en juego distintos procesos y objetos algebraicos, en base a ello se realiza una adaptación de los niveles del RAE para la noción de linealidad. Es decir, se reconoce qué procesos algebraicos emergen al resolver situaciones propias de cada significado y se les asocia un nivel del RAE. La adaptación que proponemos se limita al nivel 4 del RAE, principalmente porque los niveles posteriores no son propios de la formación básica.

Nivel 0 del RAE para la noción de linealidad

Este nivel está asociado al significado informal, aritmético y a algunas situaciones de patrones lineales. La actividad matemática se caracteriza por lo siguiente:

- El uso del lenguaje natural, icónico, numérico y gestual.
- El reconocimiento de patrones de percepción y cambio.
- En patrones lineales, se puede hallar términos cercanos a los dados en las sucesiones mediante operaciones aritméticas.

Nivel 1 del RAE para la noción de linealidad

Este nivel está asociado al significado aritmético, proporcional y a algunas situaciones de patrones lineales. La actividad matemática se caracteriza por lo siguiente:

- Aparece la generalización al hallar constantes de proporcionalidad (razones unitarias), aunque expresado en un lenguaje no alfanumérico.
- Aparecen objetos extensivos en equivalencias como $\frac{24}{4} = \frac{?}{5}$ para hallar un valor desconocido en una proporción, siendo posible el uso de una incógnita.
- En patrones lineales, se reconoce el patrón de formación a partir de recuentos entre los términos de la sucesión, pero este aún no se formaliza.

Nivel 2 del RAE para la noción de linealidad

Nivel asociado al significado proporcional, funcional y algunas situaciones de patrones lineales. La actividad matemática se caracteriza por lo siguiente:

- Se emplean intensivos al generalizar y formalizar situaciones de proporciones y funciones. Aunque no se realizan transformaciones para obtener expresiones equivalentes.
- Se resuelven ecuaciones de la forma $Ax = B$ o $x = \frac{ab}{c}$ que surgen de las proporciones que se establecen para hallar un valor desconocido.
- En tareas asociadas a los patrones lineales se expresa la regla de formación en un lenguaje alfanumérico.

Nivel 3 del RAE para la noción de linealidad

Nivel asociado al significado funcional de la linealidad. La actividad matemática se caracteriza por:

- Aparecen los procesos de generalización, formalización y transformación. La actividad se debe desarrollar en un lenguaje alfanumérico propiamente.
- Se resuelven ecuaciones de la forma $Ax + B = Cx + D$; por ejemplo, al igualar dos funciones. Además de realizar transformaciones a sus expresiones para obtener equivalencias.

Nivel 4 del RAE para la noción de linealidad

Este nivel es propio del significado funcional y representa el primer acercamiento a la noción de parámetros, por lo que el grado de generalización es mayor al nivel anterior. El parámetro puede ser abordado en sus diferentes significados:

- Como un valor constante que no cambia: se asigna un valor al parámetro “a” en la función lineal $f(x) = ax$.
- Como un valor cambiante: se interpreta cómo es el cambio de la función $f(x) = ax$ al cambiar el parámetro “a”.
- Como incógnita: se resuelven ecuaciones con parámetros al igualar dos expresiones de funciones lineales.
- Como generalizador: se usan los parámetros para generalizar familias de funciones.

Estos niveles fueron utilizados para valorar la propuesta educativa de Innova Schools. Esta valoración fue en base a determinar si los ejercicios propuestos por dicha institución para cada significado de la

linealidad propician la evolución del RAE desde el 1er grado de primaria hasta el 4to grado de secundaria. En la siguiente sección se muestran los resultados de esta valoración.

Valoración de la institución Innova Schools respecto a la evolución del RAE

Con la finalidad de analizar si la institución educativa propicia la evolución del RAE, se analizaron las situaciones asociadas a la linealidad. Estas situaciones fueron seleccionadas de las sesiones de clase que la institución Innova Schools propone a sus estudiantes.

Dado que un mismo significado es abordado en diferentes grados, nuestro análisis se enfoca en determinar si cuando se abordan situaciones asociadas a un mismo significado en diferentes grados, estas demandan diferentes niveles del RAE. A continuación, presentamos los resultados de este análisis:

- Evolución del RAE en situaciones asociadas al significado informal.



Figura 1. Situaciones del significado informal

Las situaciones asociadas a este significado aparecen en el 1er y 5to grado de la primaria. Estas tareas tienen la finalidad de reconocer figuras semejantes por sus características (1er grado) y cómo es el cambio de una figura respecto a otra (5to grado). En ambos casos no se requiere de algún proceso algebraico para dar solución a los problemas, por lo que no se determina evolución del RAE en tareas asociadas a este significado.

- Evolución del RAE en situaciones asociadas al significado aritmético.

Este significado aparece en ambos niveles: primaria (2do, 3er, 4to, 5to y 6to grado) y secundaria (1er y 2do grado). A continuación, unos ejemplares de dichos grados:

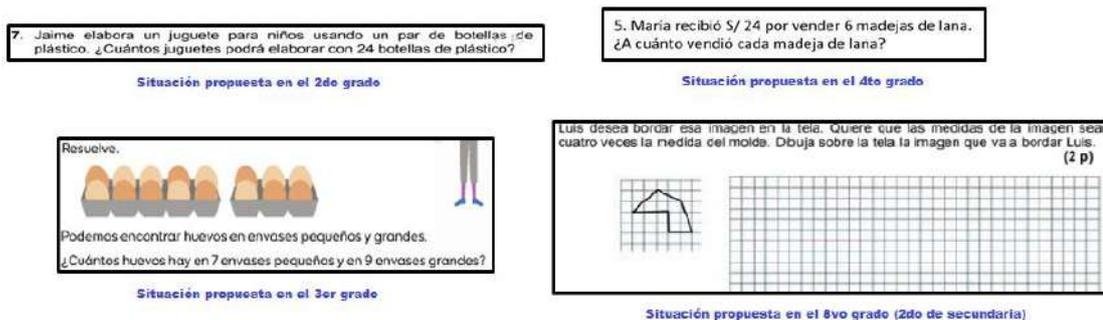


Figura 2. Situaciones del significado aritmético

En las situaciones propuestas de los primeros grados la actividad matemática se centra en encontrar un valor desconocido, mediante operaciones aritméticas, a partir de la relación de dos magnitudes. Algo similar ocurre en la situación del nivel secundario, se demanda multiplicar las dimensiones de una figura. Dado que en estas situaciones se requiere del cálculo aritmético se determina ausencia de álgebra (nivel 0 del RAE).

- Evolución del RAE en situaciones asociadas al significado proporcional.

Este significado aparece en ambos niveles: primaria (3ro, 4to, 5to y 6to grado) y secundaria (1er y 2do grado). A continuación, unos ejemplares de dichos grados:

3 Bruno encuentra fracciones equivalentes de esta manera. Usa el método de Bruno para averiguar los numeradores y los denominadores que faltan.

a) $\frac{1}{5} = \frac{\square}{10}$ b) $\frac{1}{4} = \frac{\square}{8}$

Situación propuesta en el 3er grado

b) Roy vende casacas siempre al mismo precio. Él organiza la información de sus ventas así:

Número de casacas	3	4	5	8	20
Precio (\$/)	135		225		450

- Completa la tabla.
- Según la información de la tabla, ¿es posible que Roy recaude \$/ 700 de forma exacta? ¿Por qué?

Situación propuesta en el 5to grado

Jessica prepara chocolate para elaborar sus chocotejas. Para preparar 50 chocotejas utiliza la siguiente receta:

¿Cuál es la razón entre la cantidad de azúcar impalpable y la de mantequilla?
Si Jessica quiere preparar 100 chocotejas, ¿la razón entre los vasos de agua y de cocoa variará?

RECETA:
250 g de azúcar impalpable.
200 g de mantequilla.
4 vasos de agua
6 vasos de cocoa.

Situación propuesta en el 7mo grado (1ro de secundaria)

Dos magnitudes M y N son directamente proporcionales (DP). Cuando M es igual a 8, N es igual 24. ¿Cuál será el valor de M cuando N sea 27?

Situación propuesta en el 8vo grado (2do de secundaria)

Figura 3. Situaciones del significado proporcional

En este significado de la linealidad sí se evidencia un desarrollo del RAE. La situación del 3er grado se limita a un cálculo aritmético (nivel 0), pero en la situación del 5to grado se observa una actividad que demanda relacionar dos magnitudes y con ello hallar valores desconocidos con ecuaciones de la forma $x = \frac{a \times b}{c}$ (nivel 2). Esto es más evidente en la actividad del 8vo grado. Por otro lado, la actividad del 7mo grado demanda encontrar la razón unitaria entre dos magnitudes y ver cómo esta varía, esta razón unitaria es una forma de generalizar sin hacer uso de un lenguaje alfanumérico (nivel 1).

- Evolución del RAE en situaciones asociadas al significado en patrones lineales.

Este significado aparece en ambos niveles: primaria: (1er, 2do, 3er, 4to y 6to grado) y secundaria (2do y 3er grado). A continuación, unos ejemplares de dichos grados:

12. Completa la secuencia:

18 ; 15 ; 12 ; _____ ; 6 ; _____

Situación propuesta en el 1er grado

1. María recibió el lunes en la mañana \$/ 250 para sus gastos de alimentación y movilidad de la semana. Ella registra el dinero que tiene al iniciar cada día. Si cada día gasta lo mismo, ¿cuánto dinero tendrá al iniciar el domingo? Completen el patrón.

Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
\$/ 250	\$/ 220	\$/ 190				

Responde.

- a) ¿Cada día gasta la misma cantidad? ¿Cuánto? _____
- b) ¿Cuánto dinero le quedará al iniciar el día jueves? _____
- c) Escribe con tus palabras la regla que expresa esta secuencia numérica.

Situación propuesta en el 4to grado

Las siguientes figuras están formadas por palitos de fósforo del mismo tamaño.

a) ¿Cuántos palitos se necesitan para formar la figura 5? Responde y dibújala.

b) ¿Cuántos cuadraditos se necesitan para formar la figura 6? Responde y dibújala.

c) Completa la siguiente tabla:

Figura	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cantidad de cuadrados	3	5	7							

d) ¿Cuántos palitos se necesitan para formar la figura 11?

e) ¿Cuál es la regla de formación para la figura "n"?

Situación propuesta en el 6to grado

Observa la cantidad de palitos que forman cada figura:

a) ¿Cuántos palitos se necesitan en la figura 5 y 6?

b) ¿Cuántos palitos se necesitan en la figura 10?

c) ¿Cuántos palitos se necesitan en la figura "n"?

Situación propuesta en el 9no grado (3ro de secundaria)

Figura 4. Situaciones del significado en patrones lineales

En este tipo de situaciones también se evidencia un desarrollo del RAE. En las situaciones del 1er grado, similares a las del 2do y 3er grado, la actividad se centra en hallar valores cercanos de secuencias numéricas (nivel 0). Es a partir de las situaciones del 4to grado en que se observa un aumento en la demanda de la tarea, es así que dicha situación requiere que se exprese la regla de formación en un lenguaje natural (nivel 1). Niveles 2 y 3 del RAE se observa en la actividad del 6to grado, en la que explícitamente se pide hallar una expresión para un término "n". Así también sucede en la actividad del 3er grado de secundaria.

- Evolución del RAE en situaciones asociadas al significado funcional.

Este significado es característico del nivel secundario (1er, 2do, 3er y 4to grado), pero también evidenciamos su uso en el 4to grado del nivel primaria. A continuación, unos ejemplares de dichos grados:

Esta es una máquina en la que ENTRA un valor, se le aplica una regla y SALE el valor resultado.

Los valores de la máqui Entra → Sale



- En cada tabla observa el valor que ingresa y el valor que sale.
- Adivina la regla y escríbela en la línea correspondiente.
- Completa, según la regla, los números que faltan en los espacios en blanco.

Entra	2	3	5	9	12		20	
Sale	4	6	10	18		30		62

Regla: _____

Entra	5	16	8	13	20		18	
Sale	12	23	15	20		31		50

Regla: _____

Situación propuesta en el 4to grado de primaria

Figura 5. Situación del significado funcional en primaria

La situación mostrada centra la actividad matemática en completar tablas de proporcionalidad y reconocer la regla de formación en un lenguaje natural (nivel 1). Esta situación propone términos de funciones, como valor de entrada y salida, de una forma más familiar a los estudiantes.

Una empresa de transporte lanza dos promociones por aniversario:

Promoción 1: Cuota fija de S/. 52 más S/. 1 por cada km recorrido.

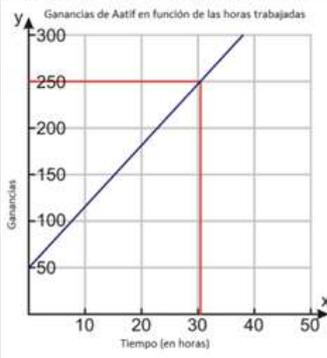
Promoción 2: S/. 14 por km recorrido (sin costo fijo).

- Escribe la función $C(x)$ que relaciona el costo C con el número x de km recorridos.
- Cuántos kilómetros deben ser recorridos para que en ambas promociones se pague lo mismo.
- Si tuvieran que recorrer 9 km ¿Qué promoción me convendría?
- ¿Cuándo conviene usar la primera promoción?
- ¿Cuándo conviene escoger la segunda promoción?

Situación propuesta en el 8vo grado (2do de secundaria)

Aatif es una empresa dedicada al rubro de farmacia y bioquímica. El gráfico que se muestra representa la ganancia, en miles de dólares, por el tiempo de producción de fármacos, en horas. (8p)

Ganancias de Aatif en función de las horas trabajadas



Realiza lo pedido.

- Determina la ecuación que represente la ganancia de la empresa e indica cuál es la pendiente e intercepto.

b) Responde. ¿Cuánto será la ganancia si la empresa ha tenido un tiempo de producción de 300 horas?

Situación propuesta en el 9no grado (3ro de secundaria)

Sea la función $f(x) = -6x - 5$.

¿Cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas?

- La función es decreciente
- La recta correspondiente a la función interseca al eje Y en el punto $(-5; 0)$.
- El punto $(1; -11)$ pertenece a la función.

- Solo I
- Solo II
- Solo III
- I y III
- II y III

Situación propuesta en el 10mo grado (4to de secundaria)

Se define la función

$$F(x) = \begin{cases} 7 + 2ax; & 0 \leq x \leq 4 \\ x - 6b; & x > 4 \end{cases}$$

Calcula $\sqrt{s - b}$ si $F(3) + F(5) = 36$.

- 0
- 2
- 3
- 1
- 4

Situación propuesta en el 10mo grado (4to de secundaria)

Figura 6. Situaciones del significado funcional en secundaria

Las situaciones para el nivel secundaria, en general, demandan encontrar la regla que exprese la relación entre dos magnitudes haciendo uso de un lenguaje alfanumérico (nivel 2 del RAE). Esto se evidencia en las situaciones del 8vo y 9no grado, de forma similar ocurren el 7mo grado.

Además, en algunos casos, como en la actividad del 8vo grado, la actividad demanda encontrar para qué valor de “x” las funciones son iguales, por lo que se resuelven ecuaciones de la forma $Ax + B = Cx + D$ (Nivel 3 del RAE).

Es en el 4to grado de secundaria en que la actividad matemática deja de lado el hallar expresiones que generalicen la relación entre dos magnitudes, la actividad se centra en trabajar con expresiones en un lenguaje puramente algebraico. Las situaciones demandan reconocer si una función es creciente o decreciente, interpretar funciones por tramos, hallar pendientes y el trabajo con parámetros. Por lo que se determina un nivel 4 del RAE

DISCUSIÓN

Nuestro estudio tuvo por interés valorar una propuesta educativa en términos de si está propicia la evolución del Razonamiento Algebraico en actividades asociadas a la noción de linealidad. Para ello, se elaboró un significado de referencia de la noción de linealidad para la formación básica. Este significado responde a los elementos que surgen en toda práctica matemática y quedó caracterizado por cómo deben ser sus situaciones. Así también, se adaptaron y relacionaron los niveles del RAE a los significados propuestos para la noción de linealidad, a fin de poder valorar la práctica matemática que se desprende de trabajar las situaciones de dicha noción matemática.

Los resultados muestran que la propuesta de la institución Innova Schools trabaja los diferentes significados de la linealidad y, además, sí se propicia la evolución del RAE al trabajar situaciones asociadas a la linealidad. En el nivel primario la actividad se centra en los significados informal, aritmético y proporcional y en el nivel secundario, en el significado funcional. En relación a la evolución del RAE, es en los primeros grados del nivel primario que la actividad algebraica es de nivel 0 y 1, luego esta actividad aumenta hasta los niveles 2 y 3 en los grados posteriores de dicho nivel, y en el nivel secundario la actividad matemática aumenta hasta el nivel 4. Sin embargo, pese a reconocer una evolución del Razonamiento Algebraico consideramos que se debe evaluar la propuesta en los grados del nivel secundario (7mo, 8vo y 9no), ya que muchas de las situaciones tienen el mismo rigor de exigencia del RAE. Dichas tareas se centran en reconocer la regla de formación general, limitando la actividad a un nivel 2 y 3 del RAE. Recién en el 10mo grado la actividad matemática permite reconocer rasgos de un nivel 4.

Finalmente, consideramos que nuestro trabajo debe ser una referencia para futuras investigaciones que tengan como objeto de estudio la evolución del RAE, el desarrollo de la linealidad y la implementación de situaciones didácticas sobre dicha noción. Así también, consideramos que nuestros aportes teóricos pueden ser utilizados para estudiar la actividad matemática de estudiantes en la formación básica.

REFERENCIAS

- Acosta, J. A. (2011). La noción de linealidad. Una aproximación epistemológica, cognitiva, didáctica y sociocultural (Tesis de doctorado). CICATA-IPN: D.F., México.
- Burgos, M. y Godino, J. D. (2020). Modelo ontosemiótico de referencia de la proporcionalidad. Implicaciones para la planificación curricular en primaria y secundaria. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, (18). <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i18.255>
- Gaita, R. y Wilhelmi, M. (2019). Desarrollo del Razonamiento Algebraico Elemental mediante Tareas de Recuento de Patrones. *Bolema*, 33(63), 629-689. <https://doi:10.1590/1980-4415v33n63a13>
- Godino, J., Batanero, C., y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135. doi:10.1007/s11858-006-0004-1
- Godino, J. D., Rivas, H., Arteaga, P., Lasa, A., y Wilhelmi, M. R. (2014). Ingeniería didáctica basada en el enfoque ontológico – semiótico del conocimiento y de la instrucción matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 34(2-3), 167-200.

- Godino, J. D., Aké, L. P., Gonzato, M. y Wilhelmi, M. R. (2014). Niveles de algebrización de las prácticas matemáticas escolares. Implicaciones para la formación de maestros. *Enseñanza de las Ciencias*, 32(1), 199-219.
- Godino, J. D., Neto, T., Wilhelmi, M. R., Aké, L., Etchegaray, S. y Lasa, A. (2015). Niveles de algebrización de las prácticas matemáticas escolares. Articulación de las perspectivas ontosemiótica y antropológica. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 8, 117-142.
- Ministerio de Educación del Perú. (2016). Currículo Nacional de la Educación Básica. Lima: MINEDU.