

## Artículo original

### Propuesta didáctica basada en modelización matemática para el aula multigrado. El caso de la topografía

### Didactic proposal based on mathematical modeling for the multigrade classroom. The case of topography

Miguel Ángel Rodríguez Mejía<sup>1</sup> Avenilde Romo Vázquez<sup>2,b</sup>

<sup>1</sup> Instituto Politécnico Nacional – Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, México

[miguel\\_rodme@hotmail.com](mailto:miguel_rodme@hotmail.com)

<sup>2</sup> Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav, México

<sup>b</sup> ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1364-5997>

[avenilde.romo@cinvestav.mx](mailto:avenilde.romo@cinvestav.mx)

#### Información

Recibido: 14/03/2021.

Aceptado: 26/05/2021.

#### Palabras clave:

Cuestionamiento del mundo, recorrido de estudio e investigación, aula multigrado, topografía, Teoría Antropológica de lo Didáctico.

#### Information

#### Keywords:

Questioning the world, study and research path, multigrade classroom, topography, Anthropological Theory of Didactics.

#### Resumen

Se presenta una investigación enfocada en el diseño e implementación de un dispositivo didáctico conocido como Recorrido de Estudio e Investigación (REI), fundamentado en el paradigma del cuestionamiento del mundo y en la Teoría Antropológica de lo Didáctico, para un aula multigrado rural de una secundaria colombiana. El objetivo del REI es indagar una cuestión principal, ¿cómo levantar un terreno para la siembra? Lo que posibilita generar relaciones entre las matemáticas escolares y la topografía. En particular, se considera el levantamiento topográfico de terrenos para el cultivo, actividad que es de interés para la comunidad en la que se sitúa la escuela. La metodología de investigación se inspira en la Ingeniería Didáctica (Artigue, 2020), adecuando el análisis preliminar al estudio del levantamiento topográfico y elucidando un modelo praxeológico de referencia, fundamental en la determinación de la cuestión generatriz y en el diseño del REI. El análisis preliminar de la topografía permite generar un diseño didáctico en el que se relacionan justificaciones matemáticas y topográficas para llevar al aula con una actividad no escolar como lo es el levantamiento topográfico con cinta.

#### Abstract

This research is focused on the design and implementation of a didactic device known as Research and Study Route (REI), based on the paradigm of questioning the world and the Anthropological Theory of Didactics, for a rural multigrade classroom in a Colombian high school. The objective of the REI is to investigate a main question, how to raise a field for planting? This makes it possible to generate relations between school mathematics and topography. In particular, it considers the topographic survey of land for cultivation, an activity that is of interest to the community in which the school is located. The research methodology is inspired by Didactic Engineering (Artigue, 2020), adapting the preliminary analysis to the study of the topographic survey and elucidating a praxeological model of reference, fundamental in the determination of the generating question and in the design of the REI. The preliminary analysis of topography allows generating a didactic design in which mathematical and topographic justifications are related to bring to the classroom with a non-school activity such as the topographic survey with tape.

## INTRODUCCIÓN

En Colombia, el sistema de educación formal se constituye a partir de 12 niveles de estudio, organizados de forma secuencial y escalonada (ley 115 de 1994). Es decir que, es prerequisite aprobar un año para avanzar al siguiente y así mismo el nivel de complejidad de estudios se incrementa a medida que se avanza en el curso de estudios. Mayoritariamente la educación se centra en un modelo de aula

unigradual: es decir, que en cada salón de clases se organizan estudiantes pertenecientes al mismo nivel de estudios. No obstante, es común que en las escuelas de zonas apartadas se implementen las aulas multigrado a raíz de condiciones como la baja matrícula, el reducido número de maestros, la ubicación geográfica, entre otros. Este es el caso de la escuela en la que se desarrolla este estudio. Las aulas multigradales están organizadas en grados de sexto y séptimo (entre 11 y 13 años), grados octavo y noveno (14 a 15 años) y grados décimo y undécimo (16 a 17 años). Esta educación se define como *posprimaria y media rural* (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 2010). El docente enfrenta la complejidad de plantear actividades comunes, debido a la fragmentación en grados y a mostrar el potencial de las matemáticas para comprender, cuestionar y modificar el entorno.

Ante la cuestión ¿cuál es la razón de ser de la enseñanza de las matemáticas en el aula multigrado? El análisis de los referentes curriculares en matemáticas (Estándares Básico de Competencias, Derechos Básicos de Aprendizaje y el Manual de Implementación de la Posprimaria Rural) se ve limitado ya que se basa en una educación por competencias y unigradual. La modelización matemática es considerada una de las herramientas más útiles en el desarrollo de actividades comunitarias y profesionales. Sin embargo, su integración en la enseñanza de las matemáticas al largo plazo difícilmente se alcanza. Algunos trabajos han mostrado que el análisis de contextos comunitarios y profesionales (e.g., Covián y Romo, 2014) permiten mostrar necesidades matemáticas reales y formas de enfrentarlas. Esto motivó, el cambio de un problema docente a la construcción de un problema de investigación (Gascón, 2011), eligiendo para ello, la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) y el paradigma educativo del cuestionamiento del mundo (Chevallard, 2013). La pregunta de investigación establecida es la siguiente: ¿Qué condiciones y restricciones institucionales posibilitan la integración de una propuesta didáctica enmarcada en el cuestionamiento del mundo en la que se relacionan saberes matemáticos y cotidianos en el aula multigrado?

### Elementos de la Teoría Antropológica de lo didáctico

La TAD ofrece un modelo epistemológico para el análisis de la actividad humana en su dimensión institucional. Toda actividad está enmarcada en al menos una institución, entendida como una organización social estable que otorga a sus sujetos recursos materiales e intelectuales para el enfrentamiento de tareas, de manera efectiva (Castela y Romo, 2011). El análisis de la actividad humana se realiza mediante la praxeología, que se conforma por el tipo de tarea  $T$  —lo que se hace— y la técnica  $\tau$  —la forma en que se hace—, la tecnología  $\theta$  —discursos que justifican, producen y explican las técnicas— y la teoría  $\Theta$  —discursos más generales que justifican, explican y producen las tecnologías—. Se componen así dos bloques: el práctico-técnico (praxis), el saber-hacer  $[T, \tau]$  y el tecnológico-teórico (logos)  $[\theta, \Theta]$  o el saber.

Las praxeologías mixtas contienen elementos de al menos dos instituciones (Vázquez, et al., 2016) y pueden ser analizadas o establecidas mediante el Modelo Praxeológico Extendido (MPE), surgido en Castela y Romo (2011) y refinado desde entonces como se ilustra en Diego-Mantecón et al. (2021). Considerando a  $E(M)$  como una institución de enseñanza de las matemáticas y a  $U$  como una institución usuaria, no escolar y en la que las matemáticas son utilizadas para resolver ciertos tipos de tareas; el MPE permite modelar el hecho de que una praxeología matemática sea importada a  $U$  para realizar ciertos tipos de tarea  $T^u$  y que, en efecto, los elementos de esta praxeología matemática puedan relacionarse con elementos praxeológicos de la praxeología usuaria que contiene a  $T^u$ , lo que puede ser representado de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} T^u \tau^m & \theta^m & \Theta^m \\ \tau^u & \theta^u & \Theta^u \end{bmatrix} \leftarrow \begin{matrix} E(M) \\ U \end{matrix}$$

Así, la praxeología matemática  $[T^m, \tau^m, \theta^m, \Theta^m]$ , proviene de la matemática escolar y  $[T^u, \tau^u, \theta^u, \Theta^u]$  es una praxeología usuaria. Este modelo permite el análisis de instituciones  $U$ , la identificación de praxeologías mixtas, con componentes matemáticos y usuarios:  $[T^u, \tau^{mu}, \theta^{mu}, \Theta^{mu}] \leftarrow U$ , la ilustración de las relaciones entre saberes de diferente índole y la forma en que dichas relaciones se han determinado, bajo qué condiciones y propósitos. Esto, con el objetivo de reconocer cuestiones abiertas  $C$ , susceptibles de motivar en su estudio la emergencia de praxeologías mixtas.

*El cuestionamiento del mundo*

Lo didáctico está compuesto por situaciones didácticas que pueden entenderse como situaciones en las que interviene una triplete tipo (x, y, O). En este caso “x” se refiere a una persona que estudia y aprende algo; “y” es otra persona que hace algo (gesto didáctico) para ayudar a “x” en su tarea de estudio y aprendizaje; y “O” es aquello que “x” busca estudiar y aprender (apuesta didáctica) (Chevallard, 2013). Desde el cuestionamiento del mundo se percibe al ciudadano como un sujeto indagador de cuestiones de diversa índole que además se caracteriza por ser herbartiano, procognitivo y exotérico. Es herbartiano porque mantiene una actitud receptiva hacia preguntas sin respuesta, en lugar de evadirlas. Es procognitivo porque una vez que ha aceptado la pregunta avanza en la indagación sobre esta, intentando descubrir y conquistar el conocimiento. Es exotérico en la medida en que acepta que para el estudio de determinada cuestión requiere estudiar y aprender campos desconocidos hasta entonces, contrario a un esotérico que presume poseer todo el conocimiento. En el proceso de indagación que x hace sobre C para encontrar una respuesta sensata (R) surge lo que se denomina un Recorrido de Estudio e Investigación (REI).

### Los Recorridos de Estudio e Investigación

Dentro del cuestionamiento del mundo el camino que sigue un sujeto x para responder a una cuestión generatriz C es un REI (Chevallard, 2013). El sujeto x (en actitud procognitiva) debe utilizar el conocimiento relacionado con ciertas obras O y las respuestas existentes  $R \diamond$  (creadas por determinadas instituciones entorno a C) para avanzar en el camino hacia la construcción de una respuesta apropiada  $R \heartsuit$ . Cabe mencionar que el REI adquiere un carácter codisciplinar debido a que el sujeto indagador puede acudir a las O y a las  $R \diamond$  de diversas instituciones, en la medida en que las considere relevantes en la construcción de la respuesta apropiada  $R \heartsuit$ . En el REI los sujetos tienen la oportunidad de encontrar nuevo conocimiento o de reencontrarse con conocimientos antiguos, y este encuentro es la forma en la que se da el equipamiento praxeológico, que puede expresarse mediante el esquema herbartiano, donde M es el medio didáctico que posibilita la elaboración de  $R \heartsuit$ :

$$[S(X; Y; \heartsuit) \rightarrow M = \{C_1, C_2, \dots, C_j, R_1^\diamond, \dots, R_n^\diamond, O_{n+1}, \dots, O_m\}] \hookrightarrow R \heartsuit$$

## MATERIAL Y MÉTODOS

El contexto educativo donde se desarrolla esta investigación es un aula multigrado conformada por estudiantes de grados octavo y noveno (13 a 15 años de edad) de una escuela de secundaria rural ubicada en el municipio de Curití, en Colombia. La comunidad en la que se ubica la institución educativa es la vereda Manchadores, donde las familias se dedican a labores de agricultura. La principal fuente de ingresos se obtiene de los cultivos de café y fique. Los conocimientos relacionados a las prácticas de siembra y cosecha provienen principalmente de la tradición, las familias poseen bajos niveles de escolaridad y no cuentan con acompañamiento de expertos (desde un punto de vista occidental).

### Diseño del REI para el aula multigrado

Para diseñar un REI es posible adaptar las fases de la ingeniería didáctica (Artigue, 2020), como lo muestran García et al. (2019) y Galindo (en prensa). El análisis preliminar, primera fase de la ingeniería didáctica, incluye el estudio de una praxeología de una institución no escolar, en este caso la topografía. Con base en ello, es posible diseñar un REI y un análisis a priori (fase 2 de la ingeniería didáctica), para posteriormente realizar un análisis in vivo y un análisis a posteriori (fase 3 y 4 de la ingeniería didáctica). En esta comunicación mostramos particularmente la fase del análisis preliminar, basado en las Obras: libro de texto *Planimetría* de Vargas y Rincón (2007), manual sobre *métodos sencillos para la acuicultura-topografía* (FAO, 1998), el texto *Definiciones Básicas de Topografía* y el libro *Topografía* de Torres y Villate (1968). Asimismo, se entrevistó a un topógrafo profesional en varios momentos del análisis de estas obras, con el objetivo de contar con una validación epistemológica y práctica, desde la topografía, considerada como institución usuaria U.

## RESULTADOS

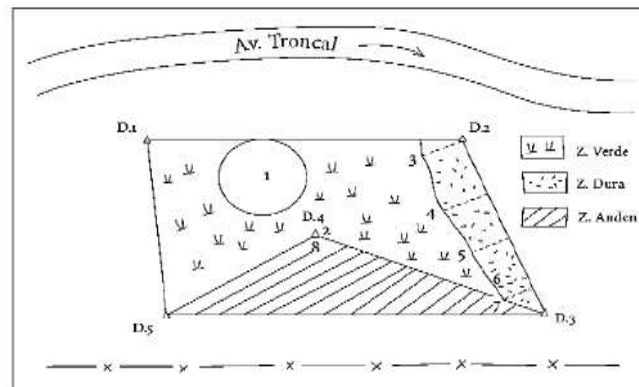
En esta sección presentamos los resultados del análisis preliminar y la forma en que este permitió identificar una cuestión C para diseñar un REI para el aula multigrado. Con el objetivo de identificar

una institución  $U$  para ser analizada, inicialmente se identificaron las características de la comunidad en la que se ubica la Institución Educativa Cantabara Manchadores. A partir de diálogos con el alumnado se pudo establecer que para las familias es necesario conocer el área de los terrenos que se destinan para el cultivo de sus productos. Dicho conocimiento podría enriquecer los saberes tradicionales y contribuir al aprovechamiento que se hace del suelo. Asimismo, se consideró que el trabajo de Covián (2013) mostraba que la topografía constituía una institución usuaria, susceptible de ser analizada para identificar praxeologías mixtas y cuestiones abiertas que motiven su emergencia y, por tanto, su construcción o reconstrucción en el aula.

De esta manera, la praxeología “levantamiento planimétrico de terrenos con cinta métrica” se identificó de manera general en el libro *Planimetría* de Vargas y Rincón (2007) en el que se enuncia la técnica de determinar el polígono que abarque la mayor cantidad de terreno:

Si el terreno tiene forma regular se divide en figuras geométricas, con el fin de que en campo se midan sus ángulos y dimensiones necesarias para poder calcular el área y realizar la representación correspondiente en un plano. Si el terreno no tiene una forma regular –este caso es el que más se presenta–, se traza un polígono que abarque la mayor parte del terreno o que siga de manera más cercana la forma del terreno –en campo se materializan los vértices de dicho polígono–, lo que esté por fuera o por dentro del terreno se toma por el método de izquierdas o derechas que consiste en medir las distancias –líneas perpendiculares– desde los puntos del terreno al polígono trazado. Se recomienda medir las distancias varias veces para corroborar que las medidas están adecuadamente realizadas. Para calcular el área total del terreno se calcula el área del polígono y las áreas que se generaron con las perpendiculares, se sumarán o restarán según sea el caso (p. 20).

Es posible notar que la tecnología topográfica se basa en las condiciones del terreno y en la posibilidad de estimar el área del terreno con un error no muy grande. Los datos medidos en terreno, así como el plano construido se consignan en lo que se conoce como cartera de campo. Vargas y Rincón (2007) muestran el siguiente ejemplo de cartera de campo: Se realiza un bosquejo del terreno, ubicando sus vértices y divisiones internas.



**Figura 1.** Ejemplo de plano / Vargas y Rincón (2007)

Se diligencia una primera tabla con las mediciones que se requieren para calcular los ángulos internos.

Levantamiento topográfico con cinta					
Fecha:					
Lugar:					
Comisión:		Topógrafo:			
		Anotador:			
		Auxiliares:			
Equipo:		Cinta métrica No.			
$\triangle$	$\odot$	Radio	Cuerda	Distancias	
D.1	D.5	10.000	13.140	49.316	49.310
	D.2	10.000		57.619	67.621
D.2	D.1	15.000	24.668	57.618	57.616
	D.3	15.000		42.208	42.222
D.3	D.2	8.000	6.519	42.205	42.213
	D.4	8.000		42.933	42.920
D.4	D.3	10.000	17.646	42.927	42.920
	D.5	10.000		43.588	43.585
D.5	D.4	11.000	11.485	43.586	43.588
	D.1	11.000		49.317	49.315

Figura 2. Mediciones para hallar ángulos / Vargas y Rincón (2007)

En otra tabla se consignan los datos de las perpendiculares establecidas por izquierdas y derechas.

Levantamiento topográfico con cinta					
$\triangle$	$\odot$	Distancia	Izquierda	Derecha	Observaciones
D.1	D.2				
	1	33.402		11.438	Circunferencia
	2	42.477		23.934	Al. D.4
	3	56.677		4.118	Z. éure
D.2	D.3				
	3	0.000		11.691	Z. verde
	4	10.000		11.258	Z. verde
	5	10.000		12.210	Z. verde
	6	30.000		11.459	Z. verde
	7	31.724		11.961	Z. verde
	8	13.544		31.961	Al. D.4

Figura 3. Medición de perpendiculares / Vargas y Rincón (2007)

A partir de la praxeología identificada se establecieron siete subtareas  $t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6,$  y  $t_7$  que componen dicha praxeología. El análisis de las subtareas se complementó con las demás obras consultadas. Esto permitió tener una primera idea de la praxeología topográfica e identificar las técnicas asociadas, así como las tecnologías matemáticas y topográficas. Para este análisis praxeológico se tuvieron en cuenta las fases de trabajo de campo y del trabajo de gabinete en el ejercicio del topógrafo. En el primero, se va al terreno y se hace la recolección de datos necesarios y en el segundo, se realizan los cálculos necesarios para poder hacer el levantamiento. El análisis se ilustra en dos tablas 1 y 2, las subtareas y técnicas se muestran en la primera columna; mientras que las tecnologías matemáticas, en la segunda y las tecnologías topográficas, en la tercera.

**Fase de trabajo de campo:**

**Cuadro 1. Análisis praxeológico del levantamiento planimétrico con cinta: trabajo de campo**

Subtareas y técnicas	Tecnología $\theta^m$ (justificación matemática de la técnica)	Tecnología $\theta^t$ (justificación topográfica de la técnica)
<p><math>t_1</math>: Medir una distancia horizontal sobre el terreno (FAO, 1968). Se clava un jalón en el terreno, a partir de este se van ubicando de forma alineadas piquetes y se van tomando las medidas entre piquetes para luego</p>	<p>Uso del concepto de línea recta. El establecimiento de unidades de medida; el uso de la operación de adición.</p>	<p>El uso de una cuerda o cinta, de jalones y varios piquetes <i>facilita</i> la aplicación de la técnica (Torres y Villate (1968, p.17).</p>

sumarlas.		
<p><math>t_2</math>: Medir una distancia inclinada sobre el terreno (FAO, 1968). Se procede igual que en la medición horizontal. Adicional, debe siempre permanecerse la cinta métrica en posición horizontal, para ubicar los piquetes se usa la plomada, buscando que se forme una perpendicular respecto a la cinta.</p>	<p>Uso del concepto de pendiente. Reconocimiento de la perpendicularidad entre rectas.</p>	<p><i>Motivada</i> en las condiciones del terreno. Uso de la plomada para establecer perpendicularidad <i>facilita</i> la técnica (Torres y Villate, 1968, p.17).</p>
<p><math>t_3</math>: Estimar ángulos horizontales con cinta (entrevista al experto). Se ubican y miden en terreno los lados del ángulo y el rayo entre estos.</p>	<p>Uso de las relaciones trigonométricas; solución de ecuaciones trigonométricas (Torres y Villate, 1968, p. 24).</p>	<p>La técnica se motiva por el bajo nivel de dificultad que representaría para topógrafos aprendices. El uso de la cinta métrica <i>facilita</i> la técnica debido a que es una herramienta conocida para el estudio del terreno (Vargas y Rincón, 2007)</p>
<p><math>t_4</math>: Trazar una perpendicular sobre el terreno (Vargas y Rincón, 2007, p. 15). Se construyen triángulos isósceles en terreno para el trazo de perpendiculares.</p>	<p>Uso de la construcción de triángulos isósceles ya que se reconoce la relación entre la perpendicular y la altura como línea notable de un triángulo.</p>	<p>El uso de la cinta métrica <i>facilita</i> la realización de la tarea, debido a que la técnica posee un bajo nivel de dificultad. La técnica se <i>motiva</i> en el hecho de que puede ser desarrollada por personas con poca experticia (entrevista al experto).</p>
<p><math>t_5</math>: Medir contornos irregulares (IDEAM, s.f, p. 43-44). Se utilizan las fórmulas de los trapecios; y la fórmula de Simpson.</p>	<p>Uso fórmula de los trapecios; uso de la fórmula de Simpson. En Vargas y Rincón (2007) y en Torres y Villate (1968).</p>	<p>Las condiciones del terreno <i>justifican</i> el uso de la técnica, que entra en consideración cuando no es posible modelar la porción de tierra como un polígono. La <i>técnica</i> <i>facilita</i> la estimación del área aproximada de secciones con bordes irregulares.</p>

**Nota.** *Elaboración propia.*

### Fase de trabajo de gabinete

En esta fase se realizan tres subtareas  $t_{5a}$  establecer el valor promedio de cada distancia de los lados del polígono,  $t_6$  estimar y corregir los ángulos y  $t_7$  calcular las áreas establecidas por izquierda y por derecha. Luego se determina el área total del terreno sumando o restando áreas según sea el caso. Se presenta en la tabla 2 el análisis de las subtareas  $t_6$  y  $t_7$ , debido a que permiten mostrar tanto las tecnologías matemáticas como topográficas.

**Cuadro 2.** Análisis praxeológico del levantamiento planimétrico con cinta: Trabajo de gabinete

Subtareas y técnicas	Tecnología $\theta^m$ (justificación matemática de la técnica)	Tecnología $\theta^t$ (justificación topográfica de la técnica)
t6: Corregir los ángulos internos del polígono trazado (Entrevista al topógrafo), (Vargas y Rincón, 2007, p. 21). Corregir ángulos de forma manual.	La sumatoria teórica de los ángulos internos de un polígono = $(n-2)*180$ donde n es el número de ángulos (Vargas y Rincón, 2007, p. 24). El uso del concepto de error absoluto representado por la fórmula $Error = \Sigma Teórica - \Sigma Observada$	La corrección de ángulos <i>válida</i> el trabajo de campo. Corregir ángulos de forma manual se <i>motiva</i> en el hecho de que se ajusta a las técnicas en las que no se usan herramientas de alta precisión (a partir de la entrevista al experto).
t7: Estimar el área total del terreno (Vargas y Rincón, 2007, p. 21). Se divide el terreno en secciones poligonales y se emplean fórmulas para el cálculo de áreas de las figuras geométricas identificadas.	Se reconocen las figuras geométricas planas: triángulos, cuadriláteros, círculos, etc. y las fórmulas asociadas para calcular su área.	Dividir el terreno en secciones poligonales facilita la estimación de su área total. La técnica se justifica en el tipo de levantamiento realizado, debido a que se ajusta a procesos topográficos de baja complejidad (a partir de la entrevista al topógrafo).

Cuando se han corregido los ángulos internos y se ha encontrado el área total del terreno, es posible realizar la proyección del plano respetando las escalas establecidas. Los elementos aquí mostrados y otros que figuran en el análisis, permiten generar un primer diseño del REI para ser implementado en el aula multigrado.

Primer diseño del REI “Levantamiento de un terreno para la siembra”

Para el REI que se propone se ha establecido la cuestión abierta inicial  $C_0$  ¿Cómo estimar el área de un terreno destinado para la siembra? El REI está compuesto por tres etapas: i) trabajo de campo sobre el terreno para recolectar datos, ii) trabajo de gabinete para hallar ángulos y áreas, iii) estimación del área del terreno y elaboración del plano.

## DISCUSIÓN

Desde la educación tradicional se impone un modelo de educación fraccionada y que además se concibe sin tomar en consideración el contexto social de la escuela. Lo que ha desencadenado una compleja problemática en el aula multigrado, debido a que los maestros no encuentran referentes claros acerca de cómo enseñar matemáticas de manera integrada o transversal (Ruíz-Rojas, Romo-Vázquez y Solares-Rojas, 2020). Ante esta problemática el REI propuesto parece ofrecer posibilidades favorables, en la medida en que se fundamentan en cuestiones que surgen del análisis contextual. Así mismo, el REI se proyecta como una actividad integradora debido a que para responder a  $C_0$  el estudiantado podría trabajar en equipo y sin importar el grado al cual se pertenezca. Pareciera que desarrollar el REI garantizará por lo menos el estudio de obras de las matemáticas escolares presentes en los planes de estudio de los grupos participantes. Sin embargo, debe dejarse claro que el objetivo no es supeditar el REI al plan de estudios vigente, sino que con el REI se podrá evidenciar una posibilidad de enseñanza alternativa que puede sustituirse por el currículo tradicional.

El diseño del REI “Levantamiento de un terreno de siembra” permite reflexionar sobre las tensiones que emergen entre la educación hegemónica y el cuestionamiento del mundo, al momento de incorporar el

REI a una escuela pública. De manera más general, el diseño de este dispositivo, constituye una vía teórico-metodológica para la integración de la modelización matemática al aula multigrado, que debe seguirse analizando, pero que desde ahora parece ofrecer posibilidades interesantes.

## REFERENCIAS

- Artigue, M. (2020). Didactic Engineering in Mathematics Education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (2<sup>nd</sup> ed.) (pp. 202–206). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0\\_44](https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_44)
- Barquero, B., Romo, A., Bosch, M. (2019). El uso del esquema herbartiano para analizar un REI online para la formación de profesores de secundaria. *Educação Matemática Pesquisa*, 21(4), 493-509. <http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2019v21i4p493-509>
- Castela, C., & Romo, A. (2011). Des mathématiques a l'automatique : étude des effets de transposition sur la transformée de Laplace dans la formation des ingénieurs. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 31(1), 79-130
- Covián, O. y Romo, A. (2014). Modelo Praxeológico Extendido una Herramienta para Analizar las Matemáticas en la Práctica: el caso de la vivienda Maya y levantamiento y trazo topográfico. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*. 28(48), 128-148
- Covián, O. (2013). *La formación matemática de futuros profesionales técnicos en construcción* [Tesis de doctorado no publicada]. Cinvestav, México.
- Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221–266.
- Chevallard, Y. (2013). Enseñar Matemáticas en la Sociedad de Mañana: Alegato a Favor de un Contraparadigma Emergente. *Journal of Research in Mathematics Education*, 2(2), 161 -182. <https://doi.org/10.4471/redimat.2013.2>
- García, F., Barquero, B., Florensa, I., & Bosch, M. (2019). Diseño de tareas en el marco de la Teoría Antropológica de lo Didáctico. *Avances de Investigación en Educación Matemática (AIEM)*, (15), 75-94. <https://www.aiem.es/index.php/aiem/article/view/267>
- Gascón, J. (2011). Las tres dimensiones fundamentales de un problema didáctico. El caso del álgebra elemental. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 14(2), 203-231.
- Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales de Colombia [IDEAM]. (s.f.). Definiciones básicas de topografía. <http://documentacion.ideam.gov.co/openbiblio/bvirtual/011649/Definiciones.pdf>
- Ministerio de Educación Nacional (2010). Manual de implementación postrimaria rural, [http://redes.colombiaaprende.edu.co/ntg/men/archivos/Referentes\\_Calidad/Modelos\\_Flexibles/Postrimaria/Guias%20del%20docente/Manual%20de%20implementacion.pdf](http://redes.colombiaaprende.edu.co/ntg/men/archivos/Referentes_Calidad/Modelos_Flexibles/Postrimaria/Guias%20del%20docente/Manual%20de%20implementacion.pdf)
- Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación y la Agricultura [FAO]. (1998). Métodos sencillos para la acuicultura-Topografía. [http://www.fao.org/fishery/static/FAO\\_Training/FAO\\_Training/General/x6707s/Index.htm](http://www.fao.org/fishery/static/FAO_Training/FAO_Training/General/x6707s/Index.htm)
- Ruíz-Rojas, A., Romo-Vázquez, A., & Solares-Rojas, A. (2020). Proyecto de construcción de una barda escolar: Un dispositivo didáctico interinstitucional para Telesecundaria. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, (18), 119–135. <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i18.280>
- Torres, A., y Villate, E. (1968). Topografía. Editorial Norma. <https://oopmufps.files.wordpress.com/2014/08/topograf3ada-torres-y-villate1.pdf>
- Vargas, W., y Rincón, M. (2007). Planimetría. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. <https://www.coursehero.com/file/45478496/137182863-1-Libro-Planimetria-Universidad-Distritalpdf/>