

Artículo original

Matemática, Arte y Tecnología a luz de la Teoría de las Situaciones Didácticas

Mathematics, Art and Technology in the context of the Theory of Didactic Situations

Teodora Pinheiro Figueroa ^{1,a}

Maritza Luna Valenzuela ^{2,b}

¹ Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Paraná, Brasil

teodora.pinheiro@gmail.com

^a ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8680-5202>

² Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, Brasil

luna.m@pucp.edu.pe

^b ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3039-451X>

Información

Recibido: 14/03/2021.

Aceptado: 26/05/2021.

Palabras clave:

función trigonométrica,
teoría de las situaciones
didácticas, matemática,
arte y tecnología.

Information

V COBISEMAT
Universidad Nacional de
Tumbes

Keywords:

trigonometric function,
theory of didactic
situations, mathematics,
art and technology.

Resumen

En este trabajo se investigó la posibilidad de articulación entre Matemática, Arte y Tecnología en la enseñanza y aprendizaje de gráficos de la función trigonométrica seno. La metodología de enseñanza propuesta es fundamentada en la Teoría de las Situaciones Didácticas. Se realizó esta investigación durante un curso de extensión, cuyo público objetivo eran alumnos del primer año del curso de licenciatura en matemática de la UTFPR. Las Situaciones Didácticas (SD) fueron desarrolladas de la siguiente forma: discusión sobre el concepto de arte; actividad de creación de diseños, obra de arte, apenas con la forma de la función seno; actividades sobre $f(x)=C+A \operatorname{sen}(Bx)$, variaciones de los valores de A, B y C, y realización de gráficos con GeoGebra; relectura de las obras de arte sobre el punto de vista de la función seno. Concluimos que es posible articular Matemática, Arte y Tecnología a partir de SD en un cierto milieu, contribuyendo en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los alumnos.

Abstract

In this work we investigated the possibility of articulation between Mathematics, Art and Technology in the teaching and learning of graphs of the trigonometric sine function. The proposed teaching methodology is based on the Theory of Didactic Situations. This research was conducted during an extension course; whose target audience was first year students of the undergraduate course in mathematics at UTFPR. The Didactic Situations (DS) were developed as follows: discussion on the concept of art; activity of creation of designs, artwork, just with the form of the sine function; activities on $f(x)=C+A \operatorname{sen}(Bx)$, variations of the values of A, B and C, and making graphs with GeoGebra; rereading of the artwork from the point of view of the sine function. We conclude that it is possible to articulate Mathematics, Art and Technology from SD in a certain milieu, contributing to the teaching and learning process of students.

INTRODUCCIÓN

Cuando estudiamos la historia de la humanidad observamos que la evolución del hombre se dio a partir de un proceso de descubrimiento y de creación pautado en la libertad de expresión. Las primeras incursiones en huesos y, posteriormente en arcillas y papiros, revelan la necesidad de un registro referente al ordenamiento de las cosas u objetos, los cuales pueden ser considerados como expresiones en forma de arte. La escritura cuneiforme es una forma de arte y los registros en cuevas son denominados arte rupestre.

El arte es abstracto, así como las matemáticas; pero, el arte es admirado incluso por aquellos que no entienden de arte, lo que no sucede con las matemáticas. Las investigaciones informan que la mayoría

de los alumnos temen a las matemáticas escolares. Kunwar (2020), en sus comentarios de investigación sobre la fobia a las matemáticas, se relaciona con la creencia de que las matemáticas son una asignatura difícil. Según Humphrey y Hourcade (2019), muchos adultos tienen fobia a las matemáticas y esto se debe a sus primeras experiencias escolares.

Ante este hecho, surgen preguntas: ¿Podría el arte aliada con las matemáticas contribuir a este cambio de paradigma de que las matemáticas son difíciles y temibles? ¿Podría el arte aliada con las matemáticas ser un medio para que los estudiantes, de alguna manera, en general, puedan ver la belleza a través de las matemáticas?

Estos cuestionamientos son resultados de reflexiones sobre la matemática y la matemática difundida en el aula de clase. Se percibe que a pesar de que el tópico de funciones fue abordado en el primer semestre de los cursos de ciencias exactas, incluso en el último año del curso, algunos alumnos aún presentan inseguridad en el dibujo de gráficas de funciones, principalmente de funciones trigonométricas, objeto de estudio de este trabajo.

Además, varios trabajos de investigación sobre el estudio de las funciones trigonométricas, como (Brito y Morey, 2004; Pinheiro, 2008; Vazquez, 2010; Ross, et al 2011; Pedroso, 2012; Corradi, 2013; Feijó, 2018) relatan sobre las dificultades de los estudiantes y una serie de obstáculos que impiden que los estudiantes aprendan de manera efectiva, tales como: exceso de cálculos y ausencia de significados, dificultades de los estudiantes para formular y transponer expresiones algebraicas, y para un aprendizaje significativo en trigonometría es necesario alternar entre representaciones abstractas, visuales y concretas de objetos matemáticos, dificultades en relación a la característica y comportamiento de las funciones trigonométricas, falta de dinamismo e interactividad de los alumnos con el objeto matemático e insuficiente formación docente, principalmente desde el punto de vista didáctico, actuando solo como transmisor del conocimiento.

En este trabajo se decidió investigar la viabilidad de una metodología basada en una Actividad de Proceso de Creación del Alumno (APCA) insertado en el contexto de las Matemáticas y el Arte a la luz de la Teoría de las Situaciones Didácticas, refiriéndose a la función trigonométrica seno. Para ello, se llevó a cabo un proyecto piloto en forma de curso de extensión abierta para alumnos de primer año de la carrera de Matemáticas en la UTFPR-PB (campus de Pato Branco).

Teoría de las Situaciones

Nuestra investigación involucra la realización de un análisis de la APCA a la luz de la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD), propuestas por Brousseau (1986, apud ALMOULOU, 2007, p.31), la cual establece la creación de un modelo de interacción entre el aprendiz, el saber y el milieu (denominamos así al medio donde actúa el alumno y aprende por adaptación) que proporciona condiciones favorables al aprendizaje del objeto matemático por el alumno.

Según Almouloud (2007, p.32), el objetivo principal de esta teoría no es el sujeto cognitivo, pero si la situación didáctica en la cual son identificadas las interacciones establecidas entre el profesor, el alumno y el saber.

La teoría de las situaciones se apoya en tres hipótesis: i) el alumno aprende adaptándose al medio, el cual es factor de dificultades, de contradicciones y de desequilibrio (Brousseau, 1986, apud Almouloud, 2007, p.32); ii) el profesor es responsable en organizar un milieu susceptible de provocar el aprendizaje; iii) el milieu y las situaciones didácticas deben involucrar los saberes matemáticos abarcados en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Estas interacciones entre el alumno, el conocimiento y el medio son posibles a partir de situaciones didácticas y/o situaciones adidácticas.

Según Brousseau (1978, apud ALMOULOU, 2007, p.33) la situación didáctica es el conjunto de relaciones establecidas explícitamente y/o implícitamente entre un alumno o grupo de alumnos, un cierto milieu y un sistema educativo (el profesor) para que estos alumnos adquieran un saber constituido o en constitución.

De acuerdo con Almouloud (2007, p.33), la situación adidáctica, como parte esencial de la situación didáctica, es una situación en la cual la intención de enseñar no es revelada al aprendiz, pero fue imaginada, planeada y construida por el profesor para proporcionar, a este, condiciones favorables para a apropiación del nuevo saber que desee enseñar.

Para analizar estos tipos de situaciones y las diferentes relaciones entre el saber, el aprendiz y el milieu, el proceso de aprendizaje es descompuesto en cuatro momentos dominantes, las llamadas dialécticas de acción, formulación, validación e institucionalización.

A partir de la TSD se pretende investigar las situaciones didácticas y/o adidácticas que la propuesta de Matemática, Arte y Tecnología en una APCA proporciona, para las interacciones entre alumno, profesor y el saber.

MATERIAL Y MÉTODOS

A la luz de la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) fue estructurada una secuencia didáctica apropiada para conducir al alumno durante los procesos de enseñanza y de aprendizaje del gráfico de la función seno a través de una APCA, en este caso específico, a través de la creación de su obra de arte (diseño).

La secuencia didáctica es caracterizada por tres Situaciones Didácticas (SD):

Situación Didáctica I (SD I): Reflexión sobre el concepto de arte

Actividad 1: Para usted, ¿qué es Arte?

A continuación, relatamos sobre las interacciones con el milieu, según Margolinas (1995a, apud Almouloud, 2007, p.43), Cuadro 1, a través de las dialécticas explicitando las diferentes relaciones con el saber Arte.

Cuadro 1. Estructura del Milieu – Actividad 1

Dialécticas	Milieu (M)	Alumno (E)	Profesor (P)	Situación (S)
Institucionalización	M0: milieu de aprendizaje	E0 Alumno - aprendizaje	P0 Profesor - institucionalización	S0: didáctica
Validación	M-1: milieu de referencia	E-1 Aprendiz	P-1 Observador	S-1: Situación de aprendizaje
Formulación	M-2: milieu objetivo	E-2 levantamiento de hipótesis	P-2 Mediador y Observador	S-2 Situación de exposición de ideas
Acción	M-3: milieu material Actividad 1	E-3 Analizar los saberes en relación a Actividad 1	Adecuación del milieu y utilización del mismo por los alumnos	S-3 Situación de reflexión

Nota. Elaborado por los autores

Acción: Situación autónoma de cada uno de los alumnos, posicionados como sujetos E-2, insertado en el milieu M-2, el cual es constituido por los objetos de la situación objetiva S-3, con los cuales E-3 establece una relación. En esta etapa, E-2 actúa, investiga, evoluciona por iniciativa propia en la Actividad 1 bajo la supervisión del docente, quien desempeña el papel de mediador.

Formulación: En esta situación hay un intercambio de información entre los alumnos. Los alumnos posicionados como sujeto E-1, en una situación de aprendizaje, formulan y describen su concepto sobre Arte. El milieu M-1 es definido por la cuestión: ¿Está su concepto de acuerdo con lo que se espera sobre el concepto de Arte?

Validación: En esta etapa, los alumnos se posicionan como sujetos E0 que argumentan, con el fin de justificar lo desarrollado en la situación S-1. En esta etapa hay la intervención del profesor P0 para concluir y hacer la Institucionalización.

Institucionalización: En esta etapa, el profesor introduce a la clase los distintos conceptos de Arte descritos por cada uno de los alumnos, dándoles la libertad de discutir, cuestionar y aclarar dudas.

La Figura 1, presenta la respuesta de un de los alumnos sobre la Actividad 1.

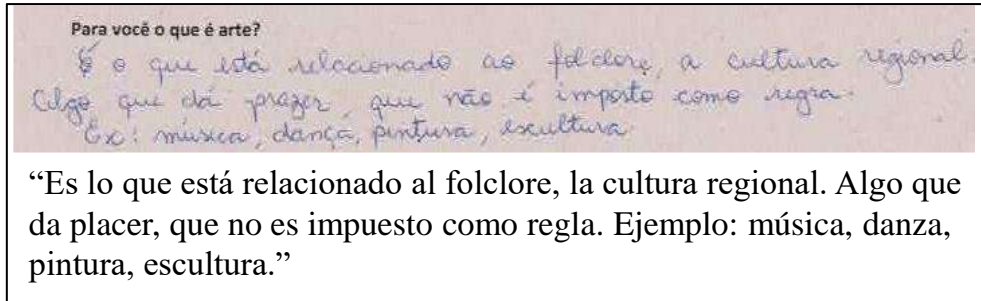


Figura 1. Respuesta de un alumno

Una observación importante en la respuesta del alumno, Figura 1, es sobre la colocación de que el Arte es algo que da placer y que no es impuesto como regla. Y, ese es el objetivo de esta propuesta de enseñanza y aprendizaje, o sea que, a través de la Matemática, Arte y Tecnología, los alumnos se apropien del conocimiento matemático a partir de una APCA, que se caracteriza como una actividad que no es impuesta como regla, pues envuelve un proceso de creación, creatividad y protagonismo del alumno.

Situación Didáctica II (SD II): Proceso de Creación del Alumno a partir del diseño del gráfico de la función seno.

Actividad 2: Utilice la imaginación, sea creativo y produzca una obra de arte en el sistema de ejes cartesianos, a partir de la figura mostrada a continuación y, utilizando la forma del diseño presentado, pudiendo presentar variaciones en la amplitud de la onda, en la longitud de la misma y, en su desplazamiento del punto de partida, en el caso del diseño, del punto (0,0), de tal forma que siempre produzcan ondas con este formato.

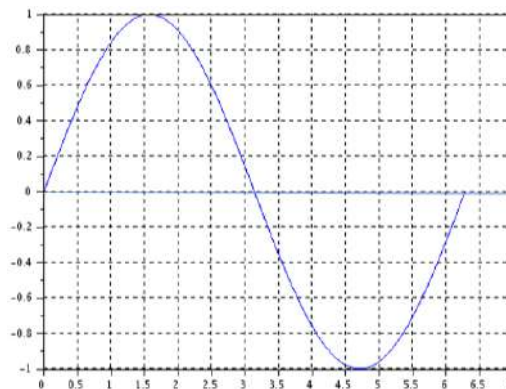


Figura 2. Respuesta de un alumno

En lo que sigue, relatamos sobre las interacciones con el milieu, según Margolinas (1995a, apud Almouloud, 2007, p.43), Cuadro 2, a través de las dialécticas explicitando las diferentes relaciones durante el proceso de creación.

Cuadro 2. Estructura del Milieu – Actividad 2

Dialécticas	Milieu (M)	Alumno (E)	Profesor (P)	Situación (S)
Institucionalización	M0: milieu de aprendizaje	E0 Alumno - aprendizaje	P0 Profesor - institucionalización	S0: didáctica

Validación	M-1: milieu de referencia	E-1 Aprendiz	P-1 Observador	S-1: Situación de Aprendizaje, de justificación de su creación conforme lo que se pide en la Actividad 2
Formulación	M-2: milieu objetivo	E-2 levantamiento de hipótesis	P-2 Mediador y Observador	S-2 Situación de exposición de ideas sobre a su creación
Acción	M-3: milieu material Actividad 2	E-3 Analizar los saberes en relación a la Actividad 2	Adecuación del milieu y utilización del mismo por los alumnos	S-3 Situación de reflexión

Nota. *Elaborado por los autores*

Acción: Situación autónoma de cada uno de los alumnos, posicionados como sujetos E-2, insertados en el *milieu* M-2, el cual es constituido por los objetos de la situación objetiva S-3, con los cuales E-3 establece una relación. En esta etapa, E-2 actúa, evoluciona por iniciativa propia, bajo la supervisión del profesor, quien desempeña el papel de mediador.

Formulación: En esta situación ocurre a intercambio de informaciones entre los alumnos. Los alumnos posicionados como sujeto E-1, en una situación de aprendizaje, formulan, absuelven sus dudas sobre la Actividad 2 y diseñan su creación usando la forma de la función seno presentada en la Actividad 2. El *milieu* M-1 se define por la cuestión: ¿Está mi creación de acuerdo con lo solicitado en la Actividad 2?

Validación: En esta etapa, los alumnos se posicionan como sujetos E0 que argumentan, la forma de justificar lo que desarrollan en la situación S-1. En esta etapa existe la intervención del profesor P0 para concluir y hacer la **I**nstitucionalización.

Institucionalización: En esta etapa el profesor presenta a la clase los muchos ejemplos de creación desarrollados por cada uno de los alumnos, dando la libertad de discusión, cuestionamiento y esclarecimiento de dudas.

La Figura 2 presenta la creación de un alumno, dicha creación representa un barquillo de helado.

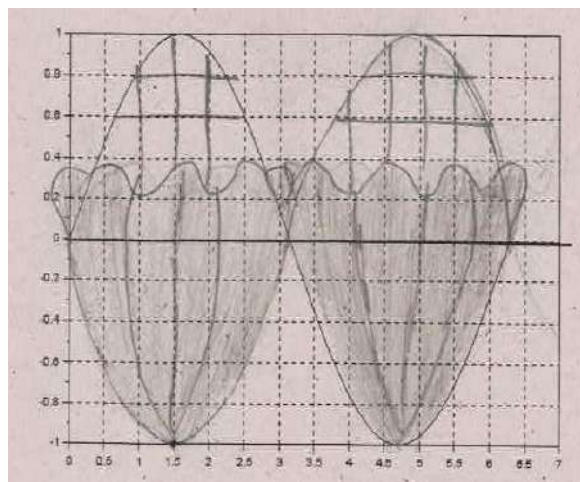


Figura 3. *Arte creado por el Alumno*

Al principio esta Actividad 2 presentó muchas dudas, pues los alumnos hallaron extraño el tipo de propuesta de APCA en un curso de Matemática, pero después se involucraron con la propuesta presentada.

Situación Didáctica III (SD III): Identificación del significado de los parámetros A, B, y C en la función $f(x) = C + A \text{ sen}(Bx)$.

Actividad 3: Sea $y(x) = C + A \operatorname{sen}(Bx)$. Altere los valores de A, B y C y, relate lo que sucede con el gráfico de $y(x)$.

Seguidamente relatamos sobre las interacciones con el milieu, según Margolinas (1995a, apud Almouloud, 2007, p.43), Cuadro 3, a través de las dialécticas explicitando las diferentes relaciones alumno-profesor-saber durante la realización de la Actividad 3.

Cuadro 3. Estructura del Milieu – Actividad 3

Dialécticas	Milieu (M)	Aluno (E)	Profesor (P)	Situación (S)
Institucionalización	M0: milieu de aprendizaje	E0 Alumno - aprendizaje	P0 Profesor - institucionalización	S0: didáctica
Validación	M-1: milieu de referencia	E-1 Aprendiz	P-1 Observador	S-1: Situación de Aprendizaje
Formulación	M-2: milieu objetivo	E-2 levantamiento de hipótesis	P-2 Mediador y Observador	S-2 Situación de exposición sobre posibles atribuciones de valores en A, B y C en $y(x)$
Acción	M-3: milieu material Actividad 3	E-3 Analizar los saberes en relación a la Actividad 3	Adecuación del milieu y utilización del mismo por los alumnos	S-3 Situación de reflexión

Nota. Elaborado por los autores

Acción: Situación autónoma de cada uno de los alumnos, posicionados como sujetos E-2, insertado en el milieu M-2, el cual es constituido por los objetos de la situación objetiva S-3, con los cuales E-3 establece una relación. En esta etapa, E-2 actúa, investiga, evoluciona por iniciativa propia sobre la supervisión del profesor, que ejerce el papel de mediador.

Formulación: En esta situación ocurre el intercambio de información entre los alumnos. Los alumnos posicionados como sujeto E-1, en una situación de aprendizaje, atribuye valores a A, B y C en $y(x) = C + A \operatorname{sen}(Bx)$, utilizando las manipulaciones algebraicas necesarias. El milieu M-1 es definido por la cuestión: ¿qué sucede con el gráfico de la función cuando altero los valores de A, B y C en $y(x) = C + A \operatorname{sen}(Bx)$?

Validación: En esta etapa, los alumnos se posicionan como sujetos E0 que argumentan, la forma de justificar lo que desarrollan en la situación S-1. En esta etapa existe la intervención del profesor P0 para concluir y hacer la Institucionalización.

Institucionalización: En esta etapa el profesor presenta en clase los diversos gráficos obtenidos a partir de las variaciones de A, B y C en $y(x)$ dando la libertad de discusión, cuestionamiento y esclarecimiento de dudas.

La Figura 3 presenta las respuestas de algunos alumnos referente a la Actividad 3, a través del esbozo a lápiz y papel o usando el GeoGebra.

A través de esta actividad los alumnos pudieron percibir lo que sucede con el gráfico de la función $y(x) = C + A \operatorname{sen}(Bx)$ al alterar los valores de A, B y C. La apropiación de los significados de A, B y C en $y(x)$ serán determinantes para que ellos puedan hacer la relectura de sus creaciones en la Actividad 2, SD II.

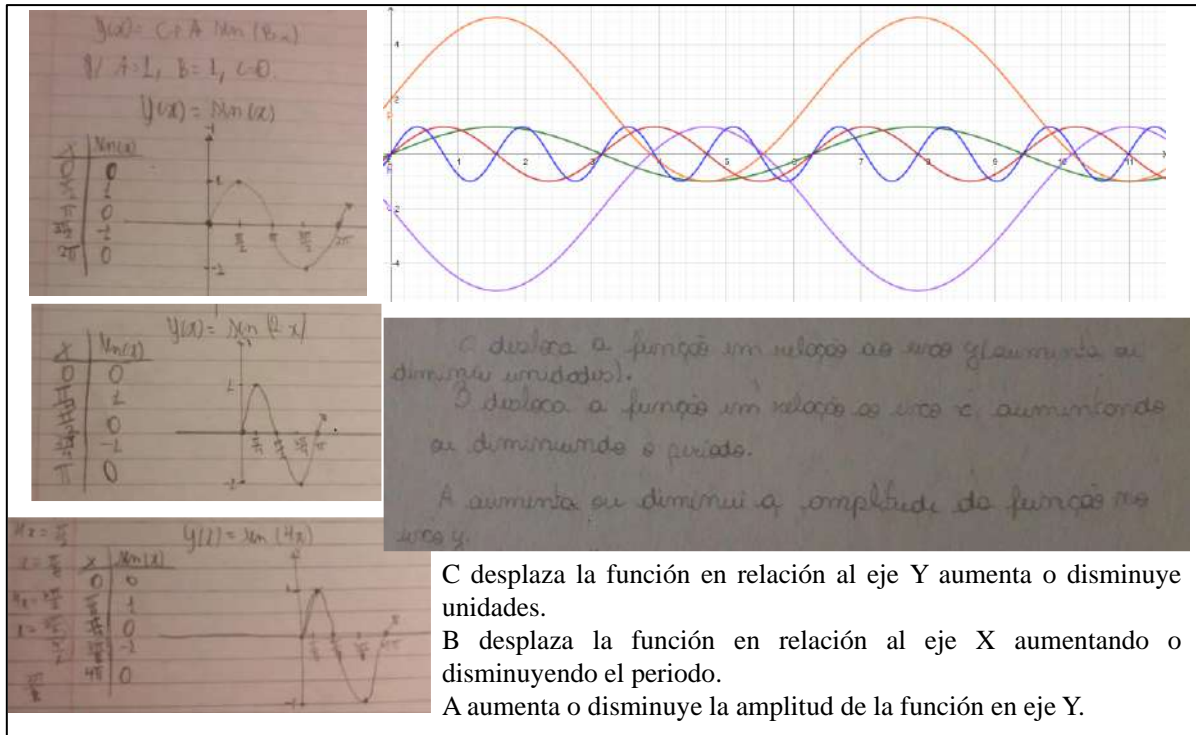


Figura 4. Respuestas de algunos alumnos

Situación Didáctica IV (SD IV): Proceso de relectura de la creación de los alumnos a partir de la función seno.

Actividad 4: Realizar la relectura de sus creaciones en la Actividad 2 a partir de funciones en la forma de $y(x) = C + A \text{sen}(Bx)$, para apropiados valores de A, B y C.

En lo que sigue, relatamos sobre las interacciones con el *milieu*, según Margolinas (1995a, apud Almouloud, 2007, p.43), Cuadro 4, a través de las dialécticas explicitando las diferentes relaciones alumno-profesor-saber durante la realización de la Actividad 4.

Cuadro 4. Estructura del Milieu – Actividad 4

Dialécticas	Milieu (M)	Alumno (E)	Profesor (P)	Situación (S)
Institucionalización	M0: milieu de aprendizaje	E0 Alumno - aprendizaje	P0 Profesor - institucionalización	S0: didáctica
Validación	M-1: milieu de referencia	E-1 Aprendiz	P-1 Observador	S-1 Situación de Aprendizaje
Formulación	M-2: milieu objetivo	E-2 Levantamiento de hipótesis	P-2 Mediador y Observador	S-2 Situación de discusión en el colectivo
Acción	M-3: milieu material Actividad 4	E-3 Analizar los saberes en relación a la Actividad 4	Adecuación del milieu y utilización del mismo por los alumnos	S-3 Situación de reflexión

Nota. Elaborado por los autores

Acción: Situación autónoma de cada uno de los alumnos, posicionados como sujetos E-2, insertados en el *milieu* M-2, el cual es constituido por los objetos de la situación objetiva S-3, con los cuales E-3

establece una relación. En esta etapa, E-2 actúa, investiga y evoluciona por iniciativa propia con la supervisión del profesor, quien ejerce el papel de mediador.

Formulación: En esta situación ocurre el intercambio de información entre los alumnos. Los alumnos posicionados como sujeto E-1, en una situación de aprendizaje, inician su proceso de relectura de sus creaciones a partir de atribución de valores a A, B y C en $y(x)$. Es un momento de discusión con los compañeros sobre sus dudas y/o cuestionamientos. El *milieu* M-1 se define por la cuestión: ¿Qué valores debo asignar a A, B y C en $y(x)$ para expresar matemáticamente mi creación?

Validación: En esta etapa, los alumnos se posicionan como sujetos E0 que argumentan, la forma de justificar lo que desarrollan en la situación S-1. En esta etapa hay intervención del profesor P0 para concluir y realizar la Institucionalización.

Institucionalización: En esta etapa el profesor presenta en clase ejemplos de relectura, inicia la discusión, cuestionamiento y esclarecimiento de dudas.

La Figura 4 presenta la relectura de la creación de un alumno (Figura 2) a través de la función $y(x) = C + A \sin(Bx)$: $f(x)=\sin(x)$; $g(x)=0.25+0.1\sin(7x)$; $h(x)=-\sin(x)$.

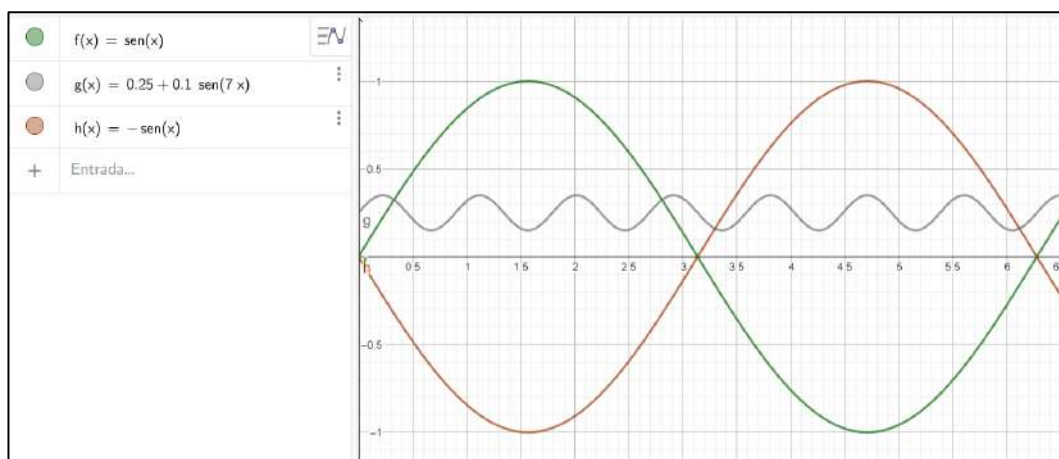


Figura 5. Relectura del arte (lectura matemática)

La Figura 5 presenta un relato de un alumno sobre el curso, el cual consideramos un hecho muy importante para la autoevaluación de esta propuesta APCA involucrando Matemática, Arte y Tecnología a la luz de la TSD.

<p>Mediante a realização do curso da função seno, o entendimento ficou bem mais claro. A utilização dos parâmetros A, B e C posicionam despercebidos, porém tinha a noção que fazia parte da função, agora sei o motivo de estar ali na função e também como os parâmetros agem na parte gráfica da função. O ensino da função seno passo a passo foi progressivo e deu de entender, ao contrário da ensino médio que apenas avaliamos valores e gráficos.</p>	<p>Mediante la realización del curso sobre la función seno, el entendimiento quedó muy claro. El uso de los parámetros A, B y C que pasaban desapercibidos, ya que apenas tenía la noción de que hacían en la función, ahora se sabe el motivo de la presencia en dicha función y también como estos parámetros actúan en la representación de la parte gráfica de la función. La enseñanza de la función seno realizada paso a paso y el progreso da para entender, al contrario de la enseñanza media que apenas evaluamos valores y gráficos.</p>
--	--

Figura 6. Relato de un alumno

RESULTADOS

A partir de los resultados obtenidos se puede decir que los objetivos fueron atendidos, o sea, los alumnos establecieron relaciones entre la Matemática, el Arte y la Tecnología a partir de la utilización del

GeoGebra. Se percibió que, en el proceso de relectura, los alumnos asumieron el protagonismo en esta situación didáctica, en relación a la elección de los parámetros A, B y C en la función $y = C + A \cdot \text{sen}(Bx)$ que se ajustaba a sus diseños.

Sin embargo, esta comprensión fue el resultado de una secuencia didáctica planificada por el profesor, de acuerdo con la Teoría de Situaciones Didácticas. Las interacciones entre profesor-alumno y el *milieu*, en cada situación didáctica, proporcionaron a los alumnos, situaciones de reflexión, discusión y acción que contribuyeron para la adquisición del conocimiento. En todas las secuencias didácticas presentadas se observó la participación efectiva de todos, pues se trataba de actividades en las que ellos tenían la autonomía para crear su diseño, en la SD II, asumir valores de A, B y C en la SD III, y hacer la relectura de sus obras de arte, SD IV. Se cree que las secuencias didácticas proporcionaron a los alumnos una interacción entre Matemáticas, Arte y Tecnología a partir del tipo de actividad propuesta, es decir, un APCA.

DISCUSIÓN

Se percibe que cuando el alumno tiene la autonomía para desarrollar su propia creación, no hay forma de que actúe mecánicamente, pues cada secuencia didáctica debe tener sentido para la finalización de su obra, en este caso la relectura de su creación. Esta experiencia es muy diferente de la resolución de listas de ejercicios propuestos por el profesor, porque cuando el alumno resuelve los ejercicios propuestos por el profesor, no hay garantía de que realmente entendió el concepto, o simplemente siguió una regla. Cuando el alumno desarrolla una APCA, necesita justificar y su justificación debe tener sentido, es decir, no puede avanzar sin haber validado su formulación y, en este momento, surgen dudas significativas para la evolución de su aprendizaje y apropiación del saber. Una vez que estas dudas sean discutidas y aclaradas en la fase de validación e institucionalización, estará preparado para construir, elaborar conjeturas en la resolución de los diversos ejercicios propuestos, ya que tendrá un rol mucho más significativo.

REFERENCIAS

- Almouloud, S.A. (2007). *Fundamentos da Didática da Matemática*. Editora UFPR.
- Brito, A.J.; Morey, B.B. (2004). Trigonometria: dificuldades dos professores de matemática do ensino fundamental. *Horizontes, Bragança Paulista*, 22(1), p-65-70.
- Corradi, D. K. S. (2013). Investigações matemáticas mediadas pelo pensamento reflexivo no ensino e aprendizagem das funções seno e cosseno: uma experiência com alunos do 2º ano do Ensino Médio. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Federal de Ouro Preto.
- Feijó, R.S.A.A. (2018). Dificuldades e obstáculos no aprendizado de trigonometria: um estudo com alunos do ensino médio do distrito federal. 108 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional-PROFMAT) – Universidade de Brasília.
- Pedroso, L.W. (2012). Uma proposta de ensino da trigonometria com uso do software geogebra. 271 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre –RS.
- Pinheiro, E. O. (2008). Ensino de Trigonometria na educação básica a partir da visualização e interpretação geométrica do ciclo trigonométrico. 87f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais – PUC Minas. Belo Horizonte –MG
- Vazquez, C. M. R. (2010). Trigonometria no Ensino Médio: Construção de alguns conceitos. In: X Encontro Nacional de Educação Matemática, 2010, Salvador. Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática, Salvador. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/ocs/index.php/xenem/xenem/schedConf/presentations>
- Ross, J.A.; Bruce, C.D.; Sibbald, T.M. (2011). Sequence computer-assisted learning of transformations of trigonometric functions. *Teach. Math. Appl.* 30. 120-137.