

## Artículo original

# Coordinación de principios de teorías de la Educación Matemática para el logro del razonamiento cuantitativo

## Coordination of principles of theories of Mathematical Education for the achievement of quantitative reasoning

**Zenón Morales-Martínez**

Universidad Nacional Federico Villarreal - Escuela Universitaria de Posgrado, Perú  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6328-9428>

[zenoneulogio21@gmail.com](mailto:zenoneulogio21@gmail.com)

### Información

Recibido: 16/11/2022.

Aceptado: 08/12/2022.

#### Palabras clave:

Coordinación de teorías; Educación Matemática Realista; Teoría de Registros de la Representación Semiótica; Razonamiento Cuantitativo.

### Resumen

La investigación tiene como objetivo determinar si existe una relación significativa entre la coordinación de los principios de la Teoría de la Educación Matemática Realista (EMR) y de la Teoría de Registros de Representación Semiótica (TRRS) y el logro de las dimensiones del razonamiento cuantitativo. Investigamos cómo a través de la integración de los principios de la EMR y de la TRRS se permiten lograr aprendizajes realistas y que los procesos de matematización adquieran realidad a través del uso de registros semióticos. La investigación tiene un enfoque cuantitativo en la que participan 28 docentes de una maestría de una universidad estatal. A ellos se les aplicó un cuestionario construido con el uso de la escala de Likert, a partir del análisis de las variables de estudio. Este instrumento permite comprobar las hipótesis de la investigación. Los resultados muestran que existe una relación significativa entre la coordinación de los principios de la EMR y TRRS para favorecer el logro de las dimensiones del razonamiento cuantitativo; así mismo, se obtuvo que un 89,5% de los docentes evaluados se encuentra en un nivel destacado, lo que evidencia que la mayoría de los docentes evaluados consideran que las coordinaciones, similitudes, semejanzas o integración de los principios de estas teorías fortalecen el logro de las dimensiones del razonamiento cuantitativo.

### Information

#### Keywords:

Coordination of theories; Realistic Mathematical Education; Theory of Registers of Semiotic Representation; Quantitative Reasoning.

### Abstract

The research aims to determine whether there is a significant relationship between the coordination of the principles of the Realistic Mathematics Education Theory (EMR) and the Theory of Semiotic Representation Registers (TRRS) and the achievement of the dimensions of Quantitative Reasoning. We investigate how through the integration of the principles of EMR and TRRS, realistic learning can be achieved and mathematical processes can acquire reality through the use of semiotic registers. The research has a quantitative approach with the participation of 28 teachers from a master's degree program at a state university. A questionnaire constructed with the use of the Likert scale was applied to them, based on the analysis of the study variables. This instrument allows testing the hypotheses of the research. The results show that there is a significant relationship between the coordination of the principles of MRE and TRRS to favor the achievement of the dimensions of quantitative reasoning, likewise it was obtained that 89.5% of the evaluated teachers are at an outstanding level, which shows that most of the evaluated teachers consider that the coordination, similarities, similarities or integration of the principles of these theories strengthen the achievement of the dimensions of quantitative reasoning.

## INTRODUCCIÓN

La complejidad de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas ha permitido que distintos investigadores hagan sendas miradas reflexivas sobre esta complejidad, creando diversas teorías locales sobre “el contenido matemático, el aprendizaje de los alumnos, el entorno social, la organización de la clase, el uso de determinados recursos materiales” (Font, 2013, p. 1).

Investigaciones muestran el análisis de los problemas del aprendizaje de las matemáticas desde un enfoque cognitivo de la Teoría de la Educación Matemática Realista (EMR) propuesta por Freudenthal (1973) “que ha sido desarrollada en un número de teorías de instrucción local para diferentes temas matemáticos, edades de los estudiantes y niveles de rendimiento” (Drijvers, 2020, p. 3) y que permiten a que los alumnos, a través de la “fenomenología didáctica” de esta teoría, logren transformar “objetos no realistas” en “objetos realistas”; además que favorezcan el aprendizaje de las matemáticas. Este “marco realista”, coordina con el “marco semiótico” de la Teoría de Registros de Representación Semiótica (TRRS) de Duval (2011), quien propone que “lo que importa no es la representación, sino su transformación. A diferencia de las otras áreas del conocimiento científico, los signos y la transformación de la representación semiótica se encuentran en el corazón de la actividad matemática”. (p. 3), aquí una primera coincidencia entre ambos: la actividad matemática que realiza el alumno construyendo objetos “realistas” apoyándose en la representación de registros semióticos.

Gallart (2016) analiza la competencia matemática como la capacidad de los alumnos de matematizar problemas de la vida real, investigando si el trabajo basado en las tareas de modelización repercute positivamente en el desarrollo de competencias necesarias para resolver problemas reales, y concluye que, en el proceso de matematización, los alumnos hacen uso de distintos tipos de representaciones que permiten la codificación en el mundo de las matemáticas de los elementos seleccionados en la realidad, siendo esta codificación fundamental para resolver con éxito el problema matemático. (pp. 5,121). Esta investigación aplica el enfoque realista, dado que utiliza modelos de la realidad y el enfoque semiótico porque utiliza distintas representaciones, ambos enfoques orientadas al éxito en el aprendizaje de las matemáticas.

### **Antecedentes sobre la coordinación de Teorías de la Educación Matemática**

Font (2013), nos plantea que, debido a la complejidad de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, esto nos conlleva a “la diversidad de problemas a los que se enfrenta en la actualidad la enseñanza de las matemáticas y los métodos a seguir para su estudio sistemático” (p. 2), ante esto han surgido diversos marcos teóricos, con distintos enfoques, constructivistas o socioculturales o enfoque mixtos. Hacemos mención de las principales Teorías de Educación Matemática (TEM) empleadas en investigaciones como: la Teoría Acción-Proceso-Objeto-Esquema, APOE, (Dubinsky y McDonald, 2001); la Teoría de las Situaciones Didácticas, TSD, (Brousseau, 1997); la Teoría Antropológica de la Didáctica, TAD, (Chevallard, 1991); la Teoría de la Génesis Instrumental, TGI, (Rabardel, 1995); el Enfoque Onto-Semiótico, EOS, (Godino, Font, Contreras y Wilhelmi, 2006); la Teoría de la Educación Matemática Realista, EMR, (Freudenthal, 1973); la Teoría de los Registros de Representación Semiótica, TRRS, (Duval, 1995, 2005, 2011); entre otras teorías. Ante esta problemática, por la diversidad de las teorías de la Educación Matemática “parece necesario abordar el problema de comparar, coordinar e integrar dichas teorías en un marco que incluya las herramientas necesarias y suficientes para hacer el trabajo requerido” (Font, 2013, p. 7). Delimitamos nuestra investigación a dos teorías (T<sub>1</sub>=EMR; T<sub>2</sub>=TRRS) de esta larga lista ya existente, una elección no aleatoria de estas dos teorías, esperamos que otros investigadores participen en lo que llamaremos “Investigaciones sobre la coordinación de Teorías de la Educación Matemática”, CoorTEM, que puede desarrollarse en la Línea de Investigación en Didáctica de las Matemáticas ya existente.

Prediger et al (2008), nos presentan algunas “estrategias para conectar teorías” (p. 4), que nos proponen ignorar algunas teorías para elegir otras, para lograr “grados de integración de las teorías mutuas” (p. 4). Al comparar teorías, estas muestran sus similitudes y diferencias fuertes, “las similitudes son puntos para vincular y las diferencias fuertes pueden hacer que se hagan visibles las fortalezas individuales” (p. 4) de cada teoría. Es posible que todas las teorías pueden ser comparadas o contrastadas, “aunque es posible que esta coordinación de dos diferentes teorías pueda resultar difícil cuando estas no son compatibles” (p. 6).

### **Justificación de la investigación**

El trabajo de investigación se realiza en el marco del Doctorado de Educación, es una investigación cuantitativa en el contexto de la educación básica. La intención es analizar la existencia de una relación entre la coordinación de las principales teorías de la Educación Matemática y el logro del razonamiento

cuantitativo sobre el aprendizaje de funciones cuadráticas. Se espera que el éxito en el aprendizaje sea reflejado cuando los alumnos logren el aprendizaje de las principales capacidades matemáticas del nivel escolar. Esta investigación propone una reforma curricular que centre la enseñanza en una mirada a las principales teorías de la Educación Matemática, desarrolladas en el marco de la Didáctica de la Matemática, ciencia que crece para establecer un equilibrio en el encuentro de dos mundos: la vieja cultura de nosotros los maestros con la nueva cultura de los jóvenes alumnos, una cultura digital que viene con toda la influencia de las redes sociales virtuales, y que, de alguna manera, nos invita a replantear nuestra forma tradicional de enseñar matemática (D'Ambrosio, 2012).

El Currículo Nacional de la Educación Básica del Minedu (2016), promueve que los aprendizajes de los estudiantes se “deben garantizar como Estado y Sociedad” (p. 7), propone en una de las “competencias, capacidades y estándares de aprendizaje nacionales de la Educación Básica” (p. 8) a la Competencia 20, que permitirá lograr que los estudiantes de nuestro país, “indaguen mediante métodos científicos para construir sus conocimientos” (p. 9). Esperamos con nuestra investigación mostrar que el aporte de las TEM, de manera específica la EMR y la TRRS, permitan al estudiante la construcción de conocimientos matemáticos con una mirada hacia la actividad matemática basada en los “objetos realistas” logrados con el apoyo de los registros que surgen de las representaciones semióticas de Duval (1995).

Por otra parte, los 7 estándares de la National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), propone sobre la educación escolar en los Estados Unidos. La NCTM (2020) en su estándar 4 propone a que los profesores deben promover la “enseñanza de matemáticas significativas” a partir de determinados principios fundamentales, como establecer rigurosas metas de aprendizaje de matemáticas, que para lograrlo se deben “involucrar a los estudiantes en un aprendizaje de alta demanda cognitiva, usar herramientas y representaciones específicas de matemáticas”. Desde que iniciamos esta investigación planteamos la propuesta que coincide con la NCTM (2020) que “la enseñanza de las matemáticas es compleja”; por esta razón, es necesario “la incorporación de prácticas de enseñanza eficaces” (p. 23) que esperamos lograr con los principios de la EMR (Freudenthal, 1973). En este estándar se menciona que las representaciones matemáticas permiten incorporar construcciones y acciones matemáticas, que Duval (1995) le llama transformaciones entre los registros semióticos. Así mismo, según NCTM (2020) la clasificación general de las representaciones matemáticas incluye a las “representaciones contextuales, visuales, verbales, físicas y simbólicas” (p. 31). Esta clasificación de las representaciones matemáticas es muy parecida a las representaciones semióticas de Duval (2005), como veremos más adelante.

En esta investigación mostraremos que los maestros disponen de esos conocimientos didáctico-matemáticos (IREM-PUCP, 2021) a través de estas teorías EMR y TRRS para enfrentar la complejidad de aprender matemática, donde estas teorías que emergen de la investigación interdisciplinaria de los procesos educativos (UNFV, 2021), se reúnen en esta investigación para una actuación sinérgica que llamamos “coordinación de teorías” o “el problema de comparación y articulación de teorías” (Font, 2013), para formar alumnos realistas-semióticos que aprendan matemáticas. Por lo tanto, la investigación tiene como objetivo, determinar si existe relación significativa entre la coordinación entre los principios de las Teorías EMR y TRRS y el logro de las dimensiones del razonamiento cuantitativo aplicado a las funciones cuadráticas en el nivel escolar.

### **Implementación de la RME en el mundo**

Heuvel-Panhuizen (2019), en su obra, nos describe sobre los alcances de la EMR en distintos países del mundo:

En Inglaterra, durante los últimos diez años se han realizado una serie de proyectos en el aula basados en la EMR, en más de 40 escuelas, con 80 profesores y 2000 alumnos.

En Indonesia, se establecieron proyectos para una adaptación indonesia del enfoque RME para la enseñanza de las matemáticas.

En Argentina, la implementación de la EMR tiene un alto grado de implementación docente, agrupados en el Grupo Patagónico de Didáctica de las Matemáticas (GPDM). Se dedicaron a los procesos de diseño, ensayos, reflexión, logrando la reinención de la EMR.

En Puerto Rico, a través del uso de situaciones paradigmáticas, para encontrar formas de integrar los nuevos materiales en el currículo general y en la cultura puertorriqueña.

En Estados Unidos, la puesta en práctica de la EMR considera crucial la participación activa de los estudiantes en el proceso de aprendizaje y el diseño de materiales didácticos, se centra la atención en reconsiderar cómo los estudiantes aprenden matemáticas.

En Sudáfrica, los docentes son los actores principales para el desarrollo de teorías educativas locales, alineando el currículo operativo de matemática en la escuela.

En China, primero hubo mucho intercambio entre representantes de la EMR y profesores de matemáticas chinos a través de conferencias. Al inicio no se encuentra entre la conexión entre el nivel teórico y lo que ocurría en la práctica en el aula. Luego se enfatiza en la importancia de la orientación del maestro durante el proceso de matematización, esta idea fue rápidamente aceptada y apoyada por los chinos.

En Corea, se sugiere a los profesores de matemáticas se centren más en el pensamiento matemático que en el contenido matemático en sí mismo y tomando como guía la fenomenología didáctica de Freudenthal.

### **Los principios fundamentales de la EMR**

Según Heuvel-Panhuizen (2019) la EMR se fundamenta en los principios principales:

P1: El Principio de Actividad: la matemática como una actividad humana. Freudenthal (1968) señala que lo que los humanos tienen que aprender son las matemáticas como una actividad, “el proceso de matematización de la realidad y si es posible, incluso, la matematización de las matemáticas” (p.7).

P2: El Principio de Realidad: empleo de la fenomenología didáctica para el logro de objetos realistas; para el logro de los aprendizajes de las matemáticas. Estos objetos realistas provienen de dos fuentes: realidad cotidiana, que parte de situaciones del mundo real; y realidad mental, que parte de situaciones cognitivas que se hacen reales como producto del aprendizaje. Por ejemplo, debido al aprendizaje logrado del Teorema de Pitágoras, este teorema es un objeto real de tipo mental para el alumno y le permite aplicarlo como un objeto real en la construcción de otros aprendizajes. Este principio es clave para la EMR, porque no se trata de lo que las personas entienden como realista. Podemos señalar hasta cuatro conceptos de realidad:

P3: Realista lo que está en la mente de los alumnos y es logrado por los aprendizajes;

P4: Realista lo que está en el mundo real;

P5: Realista lo que tiene sentido para los alumnos;

P6: Realista de lo que el alumno puede darse cuenta o lo que puede ser consciente o puede imaginarse. (Drijvers, 2020)

Cabe mencionar que cuando el profesor aplica fenomenología didáctica, en sus sesiones de aprendizaje, este “relaciona los objetos de pensamiento matemático con los fenómenos del mundo físico, social, mental, ... para informarnos cómo estos objetos de pensamiento matemático pueden ayudar a organizar y estructurar los fenómenos en la realidad” (Drijvers, 2020, p. 9). En resumen, el profesor hace comparaciones del mundo real con el mundo mental con una finalidad didáctica, es decir para lograr la realidad de un concepto abstracto. Por ejemplo: en lugar de expresar:  $x + y = 20$  (concepto abstracto), aplicando una fenomenología didáctica puede expresar lo siguiente: en total en el aula hay 20 alumnos entre hombres y mujeres (realidad). Esta fenomenología en la mirada de Duval, equivale a una conversión semiótica entre el registro simbólico y el registro literal.

### **Teoría de los Registros de Representaciones Semióticas (TRRS)**

Según la TRRS el éxito en el aprendizaje se verá reflejado cuando los alumnos logren las transformaciones adecuadas sobre el objeto matemático; según Duval (2005) “la manera matemática de razonar y visualizar está intrínsecamente ligada a la utilización de las representaciones semióticas, y toda comunicación en matemática se establece a través de esas representaciones” (p. 8). Este enfoque

cognitivo de la actividad matemática, permitirá al profesor entender, localizar y conocer la naturaleza de las dificultades que presentan los alumnos en el aprendizaje de las matemáticas.

### Los Tipos de Registros de Representación Semiótica

Los cuatro registros semióticos de la TRRS son:

R1: Registro Literal o de Lengua Natural: este registro expresa en forma verbal, con palabras, el objeto matemático es presentado en forma de textual.

Duval (2006) nos plantea que el uso del lenguaje natural no se puede evitar y sabemos que está presente en todas las áreas del conocimiento.

R2: Registro Simbólico: este registro emplea números y símbolos matemáticos, expresa las propiedades matemáticas, las ecuaciones matemáticas.

Por este registro, podemos presentar la definición de función cuadrática, con la regla de correspondencia:  $f(x)=ax^2+bx+c$ , siendo:  $a\neq 0$ .

R3: Registro Figural: este registro expresa en forma gráfica a los objetos matemáticos, como figuras geométricas.

R4: Registro Cartesiano: este registro expresa en un plano cartesiano a los objetos matemáticos, como gráficos de funciones.

### La Actividad Matemática según la TRRS

Así mismo, según Duval (1995), la actividad matemática se realiza cuando se producen alguna de las dos transformaciones:

T1: Los tratamientos: ocurren cuando la actividad matemática se produce sin cambiar de registro semiótico. Es una transformación monoregistro. Por ejemplo, cuando se hace una actividad algebraica y se realiza totalmente en el registro simbólico. Para comprender la complejidad cognitiva de los tratamientos, debemos analizar por separado en qué registros se llevan a cabo los tratamientos, en el registro discursivo o el registro gráfico.

T2: Las conversiones: ocurren cuando la actividad matemática se produce con un cambio de registro semiótico. Se pueden realizar conversiones del registro literal al registro simbólico o en el sentido contrario; también se podría realizar una conversión del registro simbólico al registro figural o en el sentido contrario. Las dificultades producidas por la conversión en una actividad matemática, son observadas de acuerdo a los pares de registros que son intercambiados en esta transformación; tenemos el caso más conocido cuando ocurre una simple “traducción” de términos de un problema literal es convertido en una expresión algebraica, este es un caso que muchos estudiantes no logran realizar con éxito. Duval (2005) concluye que la conversión posee dos características: la primera señala que la conversión puede ser o no congruente, y la segunda hace referencia a que la conversión tiene una orientación o sentido, lo cual permite señalar al registro de partida como al registro de llegada.

### Coordinación entre principios de la EMR y la TRRS

Hemos visto que cada teoría de la Educación Matemática, sea la EMR, la TRRS u otras, tienen sus principios que sustentan cada teoría. Ahora intentamos encontrar la coordinación, comparación, articulación o semejanza entre dichos principios y su posible “sinergia educativa” en bien del logro de los aprendizajes de las matemáticas.

Prediger et al (2008), nos proponen que, al comparar teorías, entre ellas se encuentran similitudes y diferencias fuertes, “las similitudes son puntos para vincular y las diferencias fuertes pueden hacer que se hagan visibles las fortalezas individuales de cada teoría” (p. 4).

La EMR presenta sus seis principios fundamentales y la TRRS presenta sus registros de representación semiótica y sus transformaciones entre registros semióticos; como se indica en la Figura 1 se muestra un esquema de los Principios de las Teorías de la EMR y TRRS.

**Figura 1**

*Principios de las Teorías EMR y TRRS*



Nota. Elaboración propia

Siendo:

P1: Principio de Actividad

P2: Principio de Realidad

P3: Principio de Niveles

P4: Principio de Entrelazamiento

P5: Principio de Interactividad

P6: Principio de Orientación

R1: Registro Literal

R2: Registro Simbólico

R3: Registro Figural

R4: Registro Cartesiano

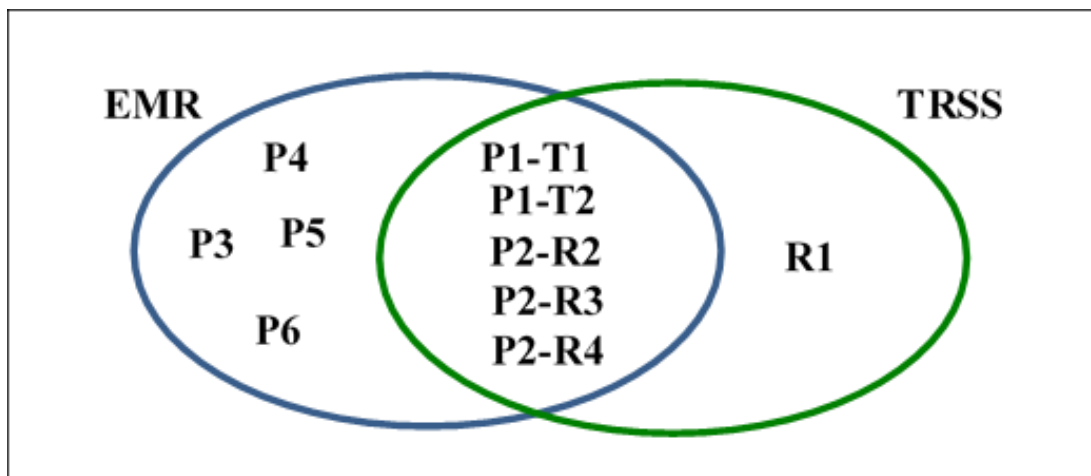
T1: Tratamiento

T2: Conversión

Luego en la Figura 2 se muestra un esquema de la coordinación entre los principios de las Teorías EMR y TRRS.

**Figura 2**

*Coordinación entre los principios de las teorías EMR y TRRS*



Nota. Elaboración propia

Siendo:

P1: Principio de Actividad

P2: Principio de Realidad

R1: Registro Literal

R2: Registro Simbólico



P3: Principio de Niveles

R3: Registro Figural

P4: Principio de Entrelazamiento

R4: Registro Cartesiano

P5: Principio de Interactividad

T1: Tratamiento

P6: Principio de Orientación

T2: Conversión

De ambos gráficos se obtienen cinco tipos de coordinaciones posibles:

CO1: el Principio de Actividad (EMR) y los Tratamientos (TRRS)

CO2: el Principio de Actividad (EMR) y las Conversiones (TRRS)

CO3: el Principio de Realidad (EMR) y los Registros Simbólicos (TRRS)

CO4: el Principio de Realidad (EMR) y los Registros Figurales (TRRS)

CO5: el Principio de Realidad (EMR) y los Registros Cartesianos (TRRS)

### **Razonamiento cuantitativo**

Crowther (1959) es reconocido como el primer investigador en utilizar el concepto “alfabetización numérica” que es equivalente al concepto de “razonamiento cuantitativo”, propuso la necesidad que la población estudiantil desarrollara un conjunto de habilidades y comunicación, incorporando la actividad matemática en diversas disciplinas del conocimiento humano. Para Crowther, la alfabetización numérica, resulta indispensable para que todo estudiante pueda desarrollar dos componentes fundamentales en su actividad de construir conocimientos: la comprensión del método científico y la capacidad de pensar cuantitativamente.

En el razonamiento cuantitativo, propuesto por Sons (1996) se proponen 5 dimensiones:

D1: Interpretación, de la información relevante para iniciar la resolución de problemas.

D2: Representación, de la información en forma literal, simbólica o figural.

D3: Cálculo, es el centro de la actividad matemática, se producen las transformaciones de la información para obtener soluciones sobre cuestiones propuestas.

D4: Análisis y comunicación, de los resultados obtenidos en la actividad de cálculo, se puede producir una toma de decisiones, comparaciones, uso de relaciones de orden y otros para llegar a una conclusión.

En la investigación, se espera que a través de la coordinación de los principios de la EMR y la TRRS, se favorezca el logro de las dimensiones de este razonamiento cuantitativo, como la interpretación de los parámetros de la regla de correspondencia de la función cuadrática; la representación de la función cuadrática en los distintos registros semióticos, principalmente en el registro simbólico y el registro figural; que el alumno logre realizar los cálculos para la determinación del vértice de la parábola, así como las intersecciones con los ejes coordenados; y le permite en una situación contextualizada hacer un análisis para una toma de decisiones, que le permita comunicar de forma argumentada en los resultados del cálculo, la respuesta que muestre el logro del razonamiento cuantitativo en el aprendiz.

## **MATERIAL Y MÉTODOS**

La investigación que realizaremos es de tipo aplicada, porque nos ha permitido aplicar los conocimientos obtenidos de una realidad o práctica concreta como las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas, para modificarla y transformarla para mejorarla hasta donde sea posible, en la que participan 28 docentes de una maestría de una universidad estatal. En la educación, este tipo de investigación es relevante para toda la comunidad educativa que tiene un interés especial en mejorar la práctica de la enseñanza y aprendizaje de todas las materias del currículo educativo. Con esta práctica educativa esperamos se vea mejorada a través de la coordinación entre los principios de la EMR y de la TRRS en favor del logro los aprendizajes de matemáticas.

**Tabla 01**

*Definición operacional de las variables*

Variable 1 (V1)	Dimensión	Indicadores	Ítems No.
Coordinación entre los Principios de las Teorías EMR y TRRS	Principios Realistas de la EMR: R1 y R2	<b>01.</b> Aplica el principio realista R1 a una situación relacionada con la función cuadrática.	01
		<b>02.</b> Aplica el principio realista R2 a una situación relacionada con la función cuadrática.	02
	Principio de Conversión de la TRRS: T2	<b>03.</b> Aplica la conversión directa T2 (de un registro simbólico a un registro gráfico) a una situación relacionada con la función cuadrática.	03
		<b>04.</b> Aplica la conversión inversa T2' (de un registro gráfico a un registro simbólico) a una situación relacionada con la función cuadrática.	04
	Coordinación entre los principios R1-T2 y R2-T2	<b>05.</b> Aplica la coordinación de los principios R1-T2 de la EMR y la TRRS a una situación relacionada con la función cuadrática.	05
		<b>06.</b> Aplica la coordinación de los principios R2-T2 de la EMR y la TRRS a una situación relacionada con la función cuadrática.	06

Variable 2 (V2)	Dimensión	Indicadores	Ítems
Logro del Razonamiento Cuantitativo	Interpretación	<b>2.1</b> Interpreta un elemento de un objeto realista-semiótico, aplicado a una función cuadrática.	07
	Representación	<b>2.2</b> Representa mediante un registro semiótico un objeto realista-semiótico, aplicado a una función cuadrática.	08
	Cálculo	<b>2.3</b> Calcula sobre un objeto realista-semiótico, aplicado a una función cuadrática.	09
	Análisis y Comunicación	<b>2.4</b> Analiza los cálculos para comunicar sobre un objeto realista-semiótico, aplicado a una función cuadrática.	10

**Instrumento de investigación**

Nuestro instrumento de investigación es un cuestionario de 10 ítems, del tipo de escala de Likert, que ha sido elaborado a partir de los indicadores determinados. En las instrucciones del cuestionario indicamos el propósito general del estudio, las motivaciones y el tiempo general de respuesta, agradeciendo de antemano la colaboración. El cuestionario tiene tres partes referidas: Parte 1, para la información demográfica de la muestra, Parte 2 para recoger información sobre la variable V1 y la Parte 3 para recoger la información sobre la variable V2.

- Se elabora el instrumento de medición con 10 ítems según la operacionalización de la variable.
- Se envía el instrumento con su rúbrica de evaluación para realizar la validez y confiabilidad del instrumento a cargo de los 3 jueces expertos.



- Se aplica el instrumento validado a los 19 docentes participantes. Esta aplicación se realiza con la técnica de la encuesta, a través de un Formulario de Google con alternativas múltiples, cuyo link se envía en forma virtual por correo electrónico.
- Se reciben los resultados en forma virtual a través del mismo Formulario Google, creando una tabla con los resultados enviados.
- Los resultados obtenidos son procesados empleando el software estadístico, para la obtención de los resultados que serán analizados por el investigador, llegando a las conclusiones que se presentarán en adelante.

Para el análisis de la información y verificar si existe una relación significativa entre la variable V1: coordinación de principios de EMR y TRRS y la variable V2: logro del razonamiento cuantitativo, se tuvo los siguientes procedimientos:

Para comprobar la existencia de esta relación significativa se hicieron dos pruebas: Prueba de Normalidad: Paso 1: Planteamiento de las hipótesis de normalidad:  $H_0$ : Los datos siguen una distribución normal y  $H_1$ : Los datos no siguen una distribución normal. Paso 2: Elección del nivel de significancia del 95%. Paso 3: Elección del Test de Normalidad, depende del tamaño de la muestra ( $n$ ), como  $n \leq 50$ , se aplica la prueba de Shapiro-Wilk. Paso 4: Criterio de decisión: Si  $p$ -valor  $< 0,05$ , se rechaza la hipótesis  $H_0$ ; se concluye que no existe Normalidad.

Si  $p$ -valor  $\geq 0,05$ , se acepta la hipótesis  $H_0$ ; que existe Normalidad. Paso 5: Resultados y conclusión. Si no existe normalidad, se aplicará una prueba no-paramétrica adecuada para variables categóricas: Prueba Chi-cuadrado. Los datos se procesan con un software estadístico para determinar si la hipótesis que tiene aceptación en esta investigación.

## RESULTADOS

### Análisis de resultados del estudio demográfico

Según los resultados de las preguntas del estudio demográfico de los participantes, se concluye que:

- Un 63,68% de los participantes son varones.
- Un 68,42% de los participantes son mayores de 35 años.
- Un 63,16% de los participantes tienen más de 10 años dedicados a la docencia.

### Análisis de resultados del cuestionario

Los resultados del cuestionario se analizaron en dos etapas, primero se le aplica la prueba de normalidad obteniéndose que no existe normalidad, luego se eligió una prueba no paramétrica. Luego de aplicar el software estadístico se obtuvo los resultados:

**Tabla 02**

#### Pruebas de normalidad

	Kolmogórov-Smirnov			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	Gl	Sig.
COORDINACIÓN de EMR y TRRS	,538	19	,000	,244	19	,000
LOGRO del RAZ. CUANTITATIVO	,518	19	,000	,365	19	,000

Conclusión: Como la significancia es  $0,000 < 0,05$ , entonces no existe normalidad.

### Análisis de resultados del cuestionario: Prueba Chi-Cuadrado

En nuestro estudio, las variables son:

- V1: La coordinación entre los principios de las teorías de la Educación Matemática.
- V2: Logro de las dimensiones del razonamiento cuantitativo aplicado a las funciones cuadráticas en el nivel escolar.

Por su naturaleza, ambas variables son categóricas y como la distribución de datos no cumple con la distribución normal, se elige una prueba no paramétrica: Chi-Cuadrado. Esta prueba Chi-Cuadrado se aplica a la Hipótesis General del estudio y a las Hipótesis Específicas.

**Prueba de la hipótesis general:**

**H<sub>1</sub>:** Existe una relación significativa entre la coordinación entre los principios de las principales teorías de la Educación Matemática y el logro de las dimensiones del razonamiento cuantitativo aplicado a las funciones cuadráticas en el nivel escolar.

**H<sub>0</sub>:** No existe una relación significativa entre la coordinación entre los principios de las principales Teorías de la Educación Matemática y el logro de las dimensiones del Razonamiento Cuantitativo aplicado a las funciones cuadráticas en el nivel escolar.

**Tabla 03**

*Prueba de Chi-Cuadrado de la Hipótesis General*

	Valor	gl	Sig. Asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	19,000 <sup>a</sup>	2	,000
Razón de verosimilitudes	7,835	2	,020
Asociación lineal por lineal	14,244	1	,000
N de casos válidos	19		

*Nota.* a. 5 casillas (83,3%) tienen una frecuencia esperada inferior a 5. La frecuencia mínima esperada es ,05.

**Interpretación sobre la hipótesis general:**

Si en la tabla de la Prueba de Chi-cuadrado para la hipótesis general, el valor de Sig. Asintótica es 0,000 < 0,05, entonces rechazamos la hipótesis nula (**H<sub>0</sub>**) y aceptamos la hipótesis alternativa (**H<sub>1</sub>**), esto se interpreta que existe una relación significativa entre la coordinación entre los principios de las principales teorías de la Educación Matemática y el logro de las dimensiones del razonamiento cuantitativo aplicado a las funciones cuadráticas en el nivel escolar con un nivel de confianza del 95%.

**Tabla 04**

*Tabla de contingencia entre la coordinación de EMR-TRRS y el logro del razonamiento cuantitativo*

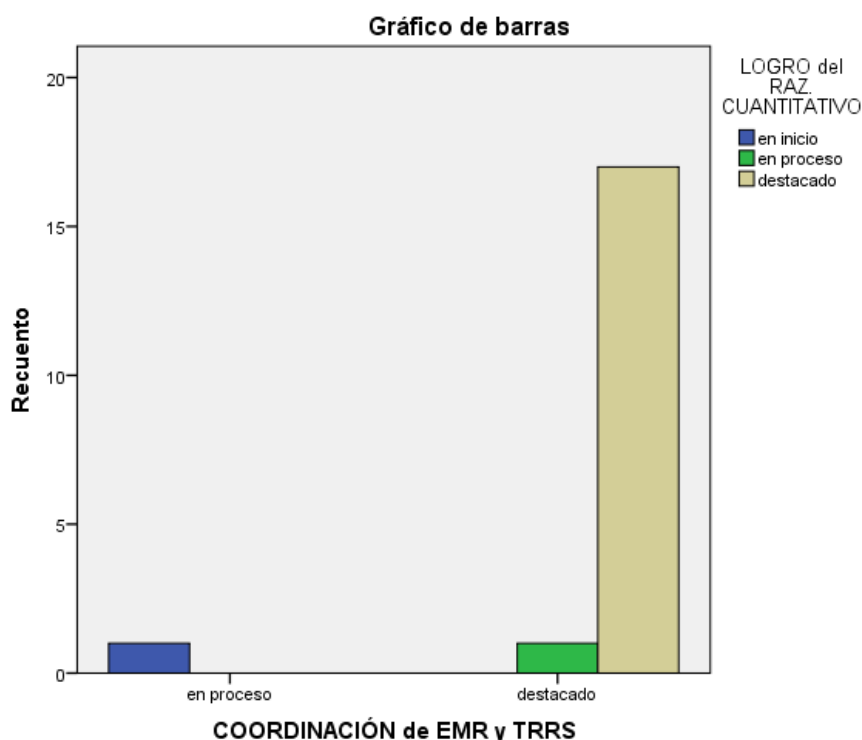
	Características	LOGRO del RAZ. CUANTITATIVO			Total	
		en inicio	en proceso	destacado		
COORDINACIÓN de EMR y TRRS	Recuento	1	0	0	1	
	en proceso	Frecuencia esperada	,1	,1	,9	1,0
	% del total	5,3%	0,0%	0,0%	5,3%	
	Recuento	0	1	17	18	
	destacado	Frecuencia esperada	,9	,9	16,1	18,0
	% del total	0,0%	5,3%	89,5%	94,7%	
Total	Recuento	1	1	17	19	
	Frecuencia esperada	1,0	1,0	17,0	19,0	
	% del total	5,3%	5,3%	89,5%	100,0%	

Interpretación sobre relación entre la coordinación de EMR-TRRS y el logro del razonamiento Cuantitativo:

En la tabla anterior se observa que debido a la coordinación de la EMR-TRRS se logra que el 5,3% de los docentes evaluados, según este cuestionario, se encuentra en un nivel de inicio, un 5,3% se encuentra en un nivel de proceso y un 89,5% se encuentra en un nivel destacado de la competencia. Estos resultados son presentados en forma gráfica mediante el gráfico de barras mostrado a continuación, donde se observa que 17 de los 19 docentes evaluados alcanzan el nivel destacado en la competencia, lo que significa que logran superar con éxito las dimensiones del razonamiento cuantitativo a partir de la aplicación de los principios realistas-semióticos y de las similitudes entre estas teorías.

### Figura 03

*Distribución de los docentes evaluados según la coordinación de EMR-TRRS y el logro del razonamiento cuantitativo*



## DISCUSIÓN

A partir del valor obtenido 0,000 de significación bilateral, se concluye que existe una relación significativa entre la coordinación entre los principios de la EMR y TRRS y el logro de las dimensiones del razonamiento cuantitativo aplicado a las funciones cuadráticas en el nivel escolar. Nos permite afirmar que, a través de la coordinación, similitud, semejanzas, coincidencias o integración entre los principios de estas teorías, los participantes logran interpretar, representar, calcular, analizar y argumentar cuando se enfrentan a situaciones problemáticas en la que se involucran las funciones cuadráticas, en contextos realistas del mundo académico y del mundo físico. Esta conclusión coincide con los diversos alcances que va teniendo la EMR en el mundo, como lo señala Heuvel-Panhuizen (2019) y la propuesta de Duval (2005) sobre el éxito de la actividad matemática a través de los registros semióticos.

El nivel destacado de la competencia que alcanzaron el 89,5% de los docentes participantes, se justifica porque la mayoría de los docentes son mayores de 35 años y tienen una experticia docente de más de 10 años. Se concluye que estos docentes han logrado aplicar con éxito las similitudes entre el principio de

realidad académica y del mundo físico y las conversiones semióticas para el logro de las dimensiones del razonamiento cuantitativo aplicado a las funciones cuadráticas.

Así mismo, se concluye que estos resultados permiten mostrar a la comunidad educativa que a partir de las similitudes entre estas teorías, se pueden vincular sus principios y lograr que las matemáticas sean aprendidas de un modo realista-semiótica, de forma más significativa y más manipulable, para la disminución de las dificultades involucradas en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

## REFERENCIAS

- Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Kluwer Academic Publishers.
- Chevallard, Y. (1998). *La Transposición Didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Psicología cognitiva y educación. Recuperado en octubre, 2013 de: <https://www.google.com.pe/#q=teor%C3%ADa+de+la+transposici%C3%B3n+did%C3%A1ctica+de+yves+chevallard>
- Crowther, G. (1959). *15 to 18: A report of the Central Advisory Council for Education*. Vol 1. <http://www.educationengland.org.uk/documents/crowther1959-1.html>.
- D'Ambrosio, U. (2012). O estado do mundo e la educação matemática: Reflexões sobre o futuro. Conferencia. *Reunião Latinoamericana de Matemática Educativa-26, RELME-26*. Universidad Federal de Pernambuco, Recife, Brasil.
- Drijvers, P. (2020). Una visión realista de la educación matemática realista (EMR). *Conferencia en el Congreso Internacional de Educación Matemática*, 19 de febrero de 2020. Pontificia Universidad Católica del Perú, PUCP. Lima, Perú.
- Dubinsky, E. y McDonald, M. A. (2001). *APOS: A constructivist theory of learning in undergraduate mathematics education research*. In Derek Holton, et al. (Eds.), *The teaching and learning of mathematics at university level: An ICMI study*, pp. 273–280. Kluwer Academic Publishers.
- Duval, R. (1995). *Semiosis y pensamiento humano*. Peter Lang.
- Duval, R. (2005). Registros de Representações Semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. En: Alcântara S. (2005) *Aprendizagem em Matemática. Registros de Representação Semiótica*. Papirus editora. Sao Paolo. Brasil.
- Font, V. (2013). Coordinación de Teorías en Educación Matemática. Conferencia en el *VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, VII CIBEM*. Montevideo, Uruguay.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Reidel Publishing Company.
- Gallart, C. (2016). *La modelización como herramienta de evaluación competencial*. Tesis doctoral publicada. Universidad Politécnica de Valencia. España.
- Godino, J. D., Font, V., Contreras, A. y Wilhelmi, M. R. (2006). Una visión de la didáctica francesa desde el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9(1): 117-150.
- Heuvel-Panhuizen, M. (2019). *International Reflections on the Netherlands Didactics of Mathematics*. Utrecht University Utrecht, the Netherlands. Springer Nature Switzerland AG. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-20223-1>

- IREM-PUCP (2021, 30 de agosto). *Líneas de Investigación. Pontificia Universidad Católica del Perú*. Instituto de Investigación para la Enseñanza de las Matemáticas. <https://irem.pucp.edu.pe/110/linea-3-curriculo-y-formacion-de-profesores>
- MINEDU (2016). *Currículo Nacional de la Educación Básica*. Ministerio de Educación, Perú.
- Navarro, E., Jiménez, E., Rappoport, S. y Thoilliez, B. (2017). *Fundamentos de la Investigación y de la Innovación educativa*. UNIR Editorial. Universidad Internacional de la Rioja.
- NCTM (2020). *Standards for the Preparation of Secondary Mathematics Teachers*. National Council of Teachers of Mathematics of United States. [www.nctm.org](http://www.nctm.org)
- Prediger, S.; Bikner, A. y Arzarello, F. (2008). Networking strategies and methods for connecting theoretical approaches: first steps towards a conceptual framework. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 40(2), 165-178.
- Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies, approche cognitive des instruments contemporains*. Paris: Arman Colin. An English version may be retrieved from [http://ergoserv.psy.univ-paris8.fr/Site/default.asp?Act\\_group=1](http://ergoserv.psy.univ-paris8.fr/Site/default.asp?Act_group=1)
- Sons, L. R. (1996). *Quantitative reasoning for college graduates: A complement to the Standards*. <http://www.maa.org/programs/faculty-and-departments/curriculum-departament-guidelines-recomendations/quantitative-literacy/quantitative-reasoning-college-graduates>