

Artículo original

Análisis de una situación didáctica para la enseñanza del valor absoluto en alumnos de educación secundaria

Analysis of a didactic situation for the teaching of absolute value in secondary school students

Sahara Doria Rodríguez^{1, a} **Francisco Javier Ugarte Guerra**^{2, b}

¹ Pontificia Universidad Católica del Perú-IREM, Perú

^a ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2129-4362>

sahara.doria@edu.pe

² Pontificia Universidad Católica del Perú-IREM, Perú

^b ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5071-8924>

fugarte@pucp.edu.pe

Información

Recibido: 10/08/2019.

Aceptado: 12/10/2019.

Palabras clave:

Valor absoluto,
obstáculo didáctico,
ingeniería didáctica.

Information

Keywords:

Absolute value,
obstacle, didactic
engineering.

Resumen

Diversas investigaciones han reportado que la enseñanza del valor absoluto, desde un contexto aritmético, constituye un obstáculo didáctico. Modelo que actualmente se emplea en el currículo peruano, así como en otros países; en vista de ello, diseñamos y analizamos una situación didáctica para la enseñanza del valor absoluto desde el contexto funcional. Nuestra base teórica es la teoría de situaciones didácticas y, como metodología, empleamos principios de la ingeniería didáctica, incorporando el análisis cohesivo para el diseño de la situación didáctica. Los resultados muestran que los estudiantes resolvieron ecuaciones del tipo $|x|=a$ y $|x+a|=b$, recurriendo a la solución gráfica y evitando los errores de origen epistemológico y didácticos mencionados.

Abstract

Several investigations have reported that the teaching of absolute value from an arithmetic context constitutes a didactic obstacle, a model that is currently used in the Peruvian curriculum, as well as in other countries, in view of this, we design and analyze a didactic situation for the teaching of absolute value from the functional context. Our theoretical base is the theory of didactic situations and, as a methodology, we used principles of didactic engineering, incorporating cohesive analysis for the design of the didactic situation. The results show that the students solved equations of the type $|x|=a$ and $|x+a|=b$, resorting to the graphical solution and avoiding the epistemological and didactic errors mentioned.

INTRODUCCIÓN

Investigaciones como las de Chiarugi, Fracazina & Furinghetti (1990) y Gagatsis & Panaoura (2014) dan cuenta de las dificultades y errores que presentan los estudiantes cuando resuelven ecuaciones e inecuaciones con valor absoluto.

Por otro lado, Wilhelmi, Godino & Lacasta (2007) sostienen que el modelo aritmético constituye un conocimiento resultante de una transposición didáctica que restringe al valor absoluto a un simple juego de símbolos, por lo que enfatizan la necesidad de diseñar un sistema adecuado para la introducción de la noción de valor absoluto; además, sugieren que el modelo preponderante debería ser el funcional.

Gagatsis y Panaoura (2014), realizaron una investigación en estudiantes de nivel secundaria, de la República de Chipre, con la finalidad de conocer las concepciones que tienen los estudiantes acerca del valor absoluto y cómo se relacionan estas concepciones con su rendimiento al resolver ecuaciones e inecuaciones con valor absoluto. Como parte de los resultados de su investigación, identificaron el obstáculo epistemológico que consiste en interpretar la noción de valor absoluto de un número como “el

número sin signo”. Un error, asociado a este obstáculo, es que algunos estudiantes consideraron que $|x|$ es igual a x , sin tener en cuenta el signo de la variable; otro error, también de tipo epistemológico, se presenta cuando se les pide resolver $|x+3|=2$ y algunos estudiantes responden que $x+3=2$.

Gagatsis y Panaoura (2014), también identificaron el obstáculo didáctico que consiste en la creencia de que el valor absoluto es solo “un símbolo que se debe eliminar mecánicamente”, debido a que, en la enseñanza del valor absoluto, el símbolo es inicialmente introducido; pero, a continuación, en el contexto de resolver ecuaciones o inecuaciones, el símbolo es rápidamente eliminado con la finalidad de obtener ecuaciones e inecuaciones sin valor absoluto. Este error se presenta comúnmente en preguntas con “ecuaciones imposibles”; por ejemplo: $||x-5|-12|=-5$, en este caso la mayoría de estudiantes resolvió mecánicamente la ecuación sin verificar la solución; del mismo modo, ante la pregunta: resolver $|x+2|+|x+6|=0$, la respuesta común fue $x=-2$ o $x=-6$.

En la propuesta curricular peruana, la introducción del valor absoluto se realiza en el contexto métrico y aritmético; es decir, no hay una reflexión funcional ni tampoco una visión gráfica en el plano que favorezca la manipulación algebraica del valor absoluto. En ese sentido, nuestra investigación propone el diseño, implementación y análisis de una situación didáctica para la enseñanza del valor absoluto en el contexto funcional, a manera de evitar el obstáculo didáctico que consiste en entender al valor absoluto como “un símbolo que debe ser eliminado mecánicamente”.

A partir de lo descrito y teniendo en cuenta los resultados obtenidos en otras investigaciones, surge la necesidad de responder a la siguiente pregunta:

¿La enseñanza del valor absoluto, como función, favorece el desempeño de los estudiantes en la resolución de ecuaciones e inecuaciones con valor absoluto?

La teoría de situaciones didácticas ha sido nuestro marco teórico de referencia. El supuesto principal de esta teoría definida por Brousseau (2007) es que todo conocimiento matemático tiene al menos una situación fundamental que permite abordarlo a través de un conjunto de variables didácticas. Partimos de una situación problema ubicada dentro de un contexto geométrico, esto en base al análisis epistemológico realizado por Gagatsis y Thomaidis (1995), el cual muestra que el valor absoluto surgió dentro de la misma matemática como una necesidad de evitar operaciones imposibles, relacionadas al trabajo con los números negativos y no como una respuesta a un problema extra matemático.

MATERIAL Y MÉTODOS

La situación didáctica diseñada se aplicó a estudiantes de tercer grado de secundaria cuyas edades oscilan entre los 13 a 14 años de edad. La metodología que seguimos sigue principios de la ingeniería didáctica para el diseño, implementación y análisis de la situación didáctica, pero además incorpora el análisis cohesitivo para el diseño de la secuencia didáctica, así como para el análisis de las respuestas. El análisis cohesitivo, de acuerdo a Almouloud (2008), es una herramienta estadística creada con la finalidad de evidenciar la dinámica de los comportamientos de alumnos o profesores en situaciones de resolución de problemas. “El análisis implicativo, como todos los métodos de análisis estadístico de datos multidimensionales, permite visualizar, organizar, construir modelos y explicar fenómenos asociados a los datos” (Almouloud, 2008, p.304).

Primero, se realizó el análisis cohesitivo de las respuestas de los estudiantes, donde se identificaron los errores que presentan, y las implicancias que hay entre ellos, estos resultados en conjunto con los del análisis preliminar se usaron para el diseño de la situación problema. Luego de aplicar la secuencia de actividades, se realizó el análisis cohesitivo, el cual evidenció las implicancias que hay entre comportamientos de los alumnos en términos de estrategias de solución cuando resuelven ecuaciones e inecuaciones con valor absoluto y la noción que tienen acerca de este objeto matemático.

En la siguiente figura se muestra una representación de la articulación entre el análisis estadístico implicativo y la ingeniería didáctica, métodos que se utilizaron en esta investigación:

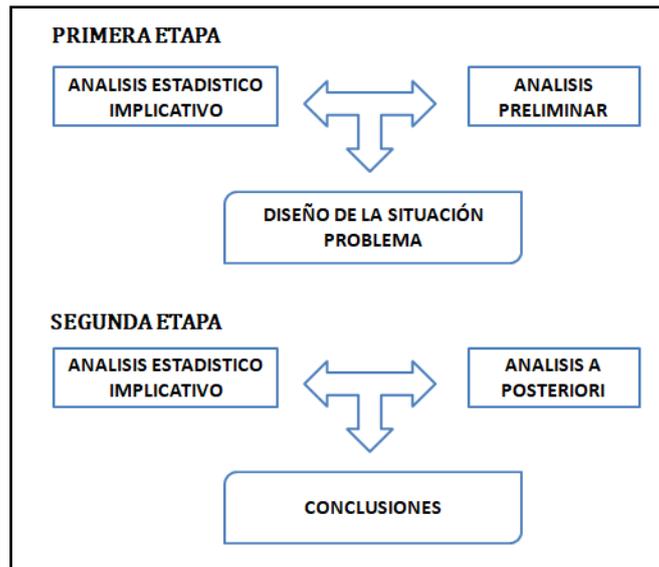


Figura 1. Esquema de la metodología de trabajo / Elaboración propio

Situación problema

La situación problema está diseñada para que los alumnos hallen indirectamente la regla de correspondencia de la función por partes del valor absoluto, al intentar hallar el área del triángulo ABC que se muestra en la siguiente figura, en función del valor que tome la abscisa de los vértices B y C, representada por x , sabiendo que el área es una unidad de medida y siempre positiva.

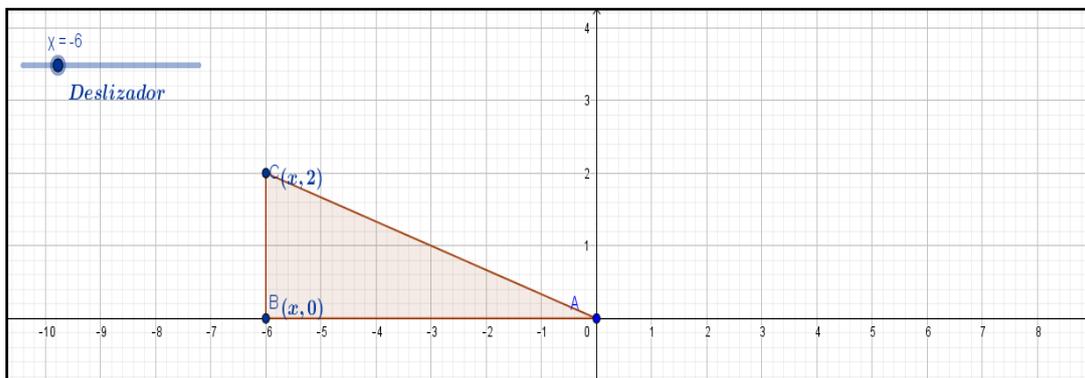


Figura 2. Situación problema en contexto geométrico / Elaboración propio

Como se observa en la figura 2, se hará uso de un deslizador, esto con la finalidad de que los alumnos trabajen con la noción de variable, de manera que finalmente puedan expresar el área del triángulo en términos de x .

Se decidió trabajar con deslizadores debido a que el análisis cohesivo evidenció que la ausencia de una concepción correcta de valor absoluto implicó que muchas de las preguntas donde los estudiantes tenían que expresar el valor absoluto de una variable, en términos de la variable, quedaron sin respuesta. Además, buscamos que los alumnos se familiaricen con el tipo de preguntas donde deben expresar sus resultados en términos de una variable.

RESULTADOS

Los principales resultados fueron los siguientes:

La interacción en términos de estrategia de solución, que se han identificado al enseñar el valor absoluto desde el contexto funcional, es la solución gráfica. Por lo que podemos establecer que un grupo de

estudiantes determinaron correctamente el conjunto solución de ecuaciones del tipo $|x+a|=b$, utilizando la solución gráfica como estrategia de solución.

Otra interacción observada al enseñar el valor absoluto, desde el contexto funcional, fue que un grupo de estudiantes expresó que aquellas ecuaciones con valor absoluto, que tomaban valores negativos, no tenían solución. Esto quiere decir que muchos de los estudiantes no cometieron el error de tipo regla mecánica al resolver ecuaciones sin solución, percatándose de la imposibilidad de que el valor absoluto de un número tome valores negativos.

De acuerdo al análisis cohesivo, hay una implicancia directa entre el concepto funcional del valor absoluto y las respuestas correctas de los estudiantes al resolver ecuaciones del tipo $|x|=b$ y ecuaciones del tipo $|x+a|=b$; es decir, la enseñanza desde el contexto funcional evita la presencia de errores característicos de los obstáculos epistemológicos y didácticos asociados a la enseñanza del valor absoluto desde el contexto aritmético.

DISCUSIÓN

La enseñanza desde el contexto funcional, evitó el obstáculo didáctico que consiste en considerar al valor absoluto como un símbolo que debe ser eliminado mecánicamente; además, favoreció el desempeño de los estudiantes al resolver ecuaciones con valor absoluto, debido a que se evitan errores del tipo epistemológico y didáctico asociados a la enseñanza del valor absoluto desde un contexto aritmético.

REFERENCIAS

- Almouloud, S. (2008). Análise e mapeamento estatístico de fenômenos didáticos com CHIC. En Okada, A., Santos, E, & Okada, S. (Ed.), *Cartografia Cognitiva. Mapas do Conhecimento para pesquisa, aprendizagem e formação docente* (pp.303-324).Cuiabá: KCM.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de situaciones didácticas*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Chiarugi, I., Fracazina, G. & Furinghetti, F. (1990). Learning difficulties behind the notion of absolute value. *Proceeding Fourteenth PME Conference*, 3(28), 231-238. Recuperado de <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED411137.pdf>
- Gagatsis, A. & Panaoruma, A. (2014). A multidimensional approach to explore the understanding of the notion of absolute value. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 45(2), 159-173.
- Gagatsis, A. & Thomaidis J. (1995). Eine Studie zur historischen Entwicklung und didaktischen Transposition des Begriffs absoluter Betrag. *Journal fur Mathematik Didaktik*, 16(1-2), 3-46.
- Wilhelmi, M., Godino, J. & Lacasta, E. (2007). Didactic effectiveness of mathematical definitions the case of the absolute value. *Electronic Journal of Mathematics Education*, 2(2), 73-90. Recuperado de http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/didactic_effectiveness.pdf.