

Artículo original

Niveles de algebrización que alcanzan los estudiantes de primer grado de secundaria en la resolución de una tarea estructural de números racionales

Algebraization levels reached by first grade secondary school students in solving a structural rational number task

Johana García¹

Flor Carrillo^{2, a}

¹ Pontificia Universidad Católica del Perú-IREM, Perú

² Pontificia Universidad Católica del Perú, IREM, Perú

^a ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4181-3513>

f.carrillo@pucp.edu.pe

Información

Recibido: 17/04/2019.

Aceptado: 24/08/2019.

Palabras clave:

Número racionales, razonamiento algebraico, resolución de problemas.

Information

Keywords:

Rational numbers, algebraic reasoning, problem solving.

Resumen

El objetivo del reporte es analizar los rasgos de los niveles de algebrización de estudiantes de primer grado de secundaria en la resolución de tareas que involucran operaciones y propiedades de los números racionales. Actividad considerada como tarea estructural en el marco del Razonamiento Algebraico Elemental. La actividad demanda la elaboración de conjeturas y de su validación; que a su vez exigen procesos de generalización usando variables. Para el diseño y análisis de la actividad matemática, desarrollada, se emplean elementos del EOS y de la investigación cualitativa. Se concluye que los rasgos identificados en el trabajo de los estudiantes corresponden predominantemente al nivel de razonamiento algebraico 1, ya que los estudiantes realizaron argumentos en sus procedimientos, generalizando y encontrando un patrón (dualidad extensivo-intensivo); además no hay presencia de propiedades.

Abstract

The objective of the report is to analyze the features of the algebraization levels of first grade secondary school students in the resolution of tasks involving operations and properties of rational numbers, an activity considered as a structural task in the framework of Elementary Algebraic Reasoning. The activity demands the elaboration of conjectures and their validation, which in turn demand generalization processes using variables. For the design and analysis of the mathematical activity developed, elements of EOS and qualitative research are used. It is concluded that the traits identified in the students' work correspond predominantly to algebraic reasoning level 1, since the students made arguments in their procedures generalizing and finding a pattern (extensive-intensive duality), in addition there is no presence of properties.

INTRODUCCIÓN

La presente investigación muestra un análisis de los rasgos de los niveles de algebrización de estudiantes de primer grado de educación secundaria en la resolución de una tarea estructural. La tarea estructural propuesta tiene como objetivo realizar conjeturas y generalizar para valores lejanos y denotar con variables para un término general. Como base teórica se toman aspectos del Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS) y del Razonamiento Algebraico Elemental (RAE). En particular, se considera la noción de idoneidad didáctica para el diseño de tareas, concepto fundamental del EOS, tal como señala Godino (2013). Además, consideramos las características de los rasgos del RAE propuestas por Godino, Castro, Ake y Wilhelmi (2012) para el análisis de los resultados. La experimentación realizada se llevó a cabo con 15 estudiantes; se analizan las resoluciones presentadas por ellos, empleando las herramientas teóricas señaladas.

Nuestro trabajo emplea aspectos del Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática, centrados en el análisis cognitivo. En el marco de la noción de idoneidad didáctica de un

proceso de instrucción, definida por Godino, Batanero y Font (2007) como la articulación coherente y sistémica de seis componentes, analizamos específicamente la idoneidad cognitiva, la cual se refiere al entendimiento del conocimiento de los estudiantes antes y después del aprendizaje de los contenidos de la tarea propuesta.

Esta investigación es cualitativa, del tipo experimental, ya que es la aplicación y análisis de solución a tareas estructurales considerando el modelo RAE que permite describir la práctica operativa y discursiva desarrollada por los estudiantes en torno a los números racionales. Así mismo, se muestra un diseño estructural como el que propone Pino-Fan y Godino, (2014), con las cuatro fases que un diseño instruccional debe tener: Estudio preliminar, Diseño, Implementación y Evaluación.

MATERIAL Y MÉTODOS

Realizamos un análisis detallado de los rasgos que presentan las resoluciones dadas por los estudiantes a la tarea; en particular, nos centramos en la dualidad extensivo-intensivo, la cual indica rasgos característicos del razonamiento algebraico asociados a la generalización. Con esta información pretendemos responder a la pregunta: ¿Qué niveles de razonamiento algebraico predominan en la resolución de tareas estructurales sobre números racionales en estudiantes de primer grado de secundaria?

Experimentación y su análisis

Se ha considerado una de las tareas propuestas en el trabajo de García (2017), cuyo objetivo es que el estudiante resuelva, en un primer momento, casos particulares para que reconozca **a** la suma de números impares consecutivos, con procedimientos aritméticos en un primer momento; para que, a partir de estos resultados, realice conjeturas y generalice para valores lejanos; es decir, que el estudiante sea flexible en su solución para buscar una estrategia que le ayude a generalizar, encontrando una regularidad que se obtiene para cualquier par de sumandos consecutivos (impares) en sus respuestas y denote con variables para un término general (como el doble del término que se encuentra entre ambos sumandos).

Los sujetos que participaron de la experiencia cursaban el primer año de secundaria de un colegio particular de Lima, Perú, y sus edades se encontraban entre 10 y 11 años.

RESULTADOS

A continuación, presentamos el enunciado de la tarea propuesta.

Realice las siguientes operaciones:

$$7 + 9$$

$$15 + 17$$

$$21 + 23$$

$$105 + 107$$

$$1575 + 1577$$

A partir de los cálculos realizados y al observar la relación que existe de cada par de números. ¿Encuentra alguna regularidad? De ser así, elabore una hipótesis y justifique.

Con respecto a la fase cognitiva (se colocan todos los posibles resultados que se espera del estudiante) de la tarea propuesta; manifestamos lo siguiente:

Con respecto a la tarea propuesta:

- De esta tarea, los estudiantes pueden mencionar que los números que se deben sumar se diferencian siempre en 2 y que de cada suma obtenida siempre será un número par y lo pueden representar con variables al momento de generalizar.

De esta forma: $n + (n + 2)$ donde n es un número natural.

- Por otro lado, otro estudiante puede operar las representaciones de los valores que se le da a cada número: $n + (n + 2)$

$$(n + n) + 2 \dots\dots\dots \text{Por propiedad asociativa}$$

Se obtiene: $2n + 2$

Luego el estudiante factoriza, por lo que obtiene: $2n + 2 = 2(n + 1)$

Entonces el estudiante reconoce que “ $n + 1$ ” es el valor intermedio al valor de cada sumando y que luego es multiplicado por 2.

Así encuentra que el patrón es el doble del valor intermedio a ambos sumandos.

A continuación, presentamos las respuestas dadas por algunos estudiantes, acompañadas del análisis que emplea los elementos del RAE.

En la figura 1, podemos observar que el estudiante 2 realiza operaciones aritméticas resolviendo las operaciones de cada una de ellas (adición en los números naturales) sin analizar la respuesta, ya que no realiza conjeturas ni generaliza, solo resuelve casos particulares (extensivo), presenta rasgos de algebrización de nivel 0.

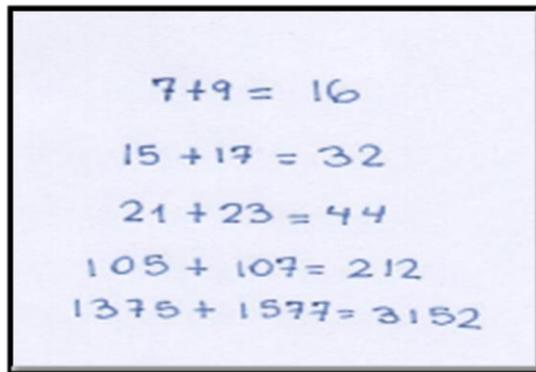


Figura 1. Solución del estudiante 2-tarea 3 / García, 2017, p. 80.

Ahora presentamos la solución de la tarea 3, del estudiante 9:

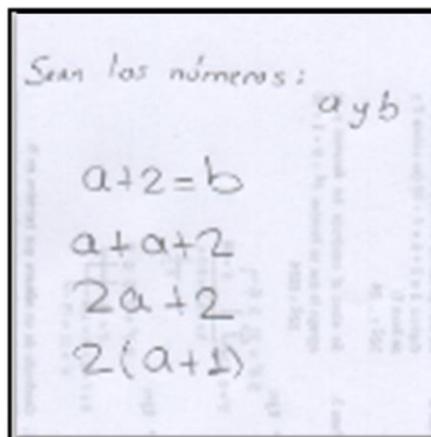


Figura 2. Solución del estudiante 9-tarea 3 / García, 2017, p. 80.

En la figura 2, se puede observar que el estudiante realiza cálculos aritméticos, operando cada caso (adición en los números naturales); luego asigna variables “ a ” y “ b ”, (se colocan notaciones simbólicas),

igualando $b = a + 2$, ya que se diferencian ambos sumandos por dos. Realiza operaciones con ambas variables, (propiedades de los números naturales), luego factoriza y obtiene $2(a + 1)$, es decir, realiza tratamientos.

Luego, menciona que el resultado es el doble del valor que se encuentra entre cada par de sumando. Los rasgos hallados corresponden al nivel 3 ya que opera las variables para encontrar un término general.

ALGUNOS RESULTADOS

Después del análisis de las soluciones, correspondiente a la tarea 3, identificamos que todos los estudiantes realizaron cálculos aritméticos (adición de números naturales). El nivel predominante de algebrización son los rasgos del nivel 1, ya que nueve estudiantes realizaron argumentos en sus procedimientos, generalizando y encontrando un patrón (dualidad extensivo-intensivo); por otro lado, cinco estudiantes presentan rasgos del nivel 0 de algebrización, ya que los casos particulares no le ayudan a encontrar un caso general (extensivo); además, no hay presencia de propiedades; por otro lado, un estudiante utiliza variables para generalizar y obtener una regularidad, encontrándose rasgos del nivel 3 de algebrización; ya que, además de utilizar variables, las transforma y realiza tratamientos (operaciones con los términos algebraicos).

DISCUSIÓN

Del análisis realizado encontramos que predominan las generalizaciones para valores cercanos, a través de la aplicación de procedimientos aritméticos. Por ello, el nivel de algebrización predominante identificado es el nivel 1. Con esta información se pueden diseñar actividades que permitan a los estudiantes avanzar a otro nivel de razonamiento algebraico, en las que el énfasis esté puesto en el empleo de variables, así como en que cuenten con medios de control que les permitan verificar si sus conjeturas y validaciones a partir de casos particulares y así el estudiante necesite emplear variables que les ayuden a representar un término general.

REFERENCIAS

- García, J. (2017). *Niveles de algebrización que alcanzan los estudiantes de primer grado de secundaria en la resolución de tareas estructurales de números racionales*. (Tesis de maestría), Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú.
- Godino, J. (2013). Diseño y análisis de tareas para el desarrollo del conocimiento didáctico-matemático de profesores. *Revista de didáctica de la Estadística*, 2, 1-15.
- Godino, J., Batanero, C., y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.
- Godino, J., Castro, W., Aké, L., y Wilhelmi, M. (2012). Naturaleza del Razonamiento Algebraico Elemental. *Boletín de Educación Matemática*, 26(42 B), 483-511. Obtenido de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=291223574005>
- Pino-Fan, L., y Godino, J. (2014). Perspectiva ampliada del conocimiento-didáctico matemático del profesor. Manuscrito enviado para su publicación. Obtenido de <https://db.tt/VliqGqR7>