

Artículo de conferencia

IX CONGRESO INTERNACIONAL SOBRE ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS
(IX CIEM-IREM PUCP, Huancavelica)

La ingeniería del estudio y la ruta de investigación

A engenharia do percurso de estudos e pesquisa

The engineering of the study and research path

Saddo Ag Almouloud

Pontificia Universidad Católica de São Paulo, Brasil
<https://orcid.org/0000-0002-8391-7054>

saddoag@gmail.com

Información	Resumen
<p>Recibido: 05/04/2018. Aceptado: 12/07/2018.</p> <p>Palabras clave:</p> <p>Teoría antropológica de la didáctica, ingeniería didáctica, metodología, praxeología</p>	<p>Presentamos una reflexión sobre la ingeniería del Camino de Estudio e Investigación desarrollada en el contexto de la Teoría Antropológica de la Didáctica (TAD). El punto de partida consiste en considerar "el método de la ingeniería didáctica" como un caso específico que ofrece al investigador las posibilidades únicas "de una metodología" de investigación en didáctica. "La metodología" se refiere entonces a lo que Chevallard denomina praxeologías de investigación puestas en juego en un ámbito determinado o en una investigación específica.</p>
Information	Abstract
<p>Keywords:</p> <p>Anthropological theory of didactics, didactic engineering, methodology, praxeology.</p>	<p>We present a reflection on the engineering of the Study and Research Path developed in the context of the Anthropological Theory of Didactics (TAD). It is a starting point consists in looking at "the method of didactic engineering" as a specific case that offers the researcher the unique possibilities "of a methodology" of research in didactics. "The methodology" then refers to what Chevallard calls the praxeologies of inquiry put into play in a given domain or in a specific research.</p>
Informação	Resumo
<p>Palavras-chave:</p> <p>Teoria antropológica da didática, engenharia didática, metodologia, praxeologia.</p>	<p>Apresentamos uma reflexão sobre a engenharia do Percurso de Estudos e Pesquisa desenvolvida no contexto da Teoria Antropológica da Didática (TAD). É um ponto de partida consiste em olhar "o método da engenharia didática" como um caso específico que oferece ao investigador as possibilidades únicas "de uma metodologia" de investigação em didática. "A metodologia" refere-se então ao que Chevallard chama de praxeologias de investigação colocadas em jogo em um domínio dado ou em uma pesquisa específica</p>

INTRODUÇÃO

Os fatores que interferem no ensino e na aprendizagem de matemática têm despertado o interesse de vários pesquisadores da área de Educação Matemática. As pesquisas desenvolvidas seguiram diferentes direções. Escolhemos discutir neste texto a Engenharia do Percurso de Estudo e Pesquisa (PER) desenvolvida no contexto da Teoria Antropológica do Didático (TAD) por Yves Chevallard (2009). Por isso, discutiremos, de forma sucinta, alguns construtos da TAD que vão fundamentar nossa discussão sobre o PER.

Os avanços das pesquisas em Didática da Matemática conduziram em pensar na constituição de uma área científica que investiga os processos de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos. Partindo desse princípio, a Didática da Matemática é definida como a ciência da educação cujo propósito é o estudo de fenômenos de ensino e de aprendizagem, mais especificamente, é o estudo de situações que visam à aquisição de conhecimentos/saberes matemáticos pelos alunos ou adultos em formação, tanto do ponto de vista das características dessas situações, bem como do tipo de aprendizagem que elas possibilitam.

Uma contribuição importante, nesse contexto, é a Teoria Antropológica do Didático (TAD) desenvolvida por Yves Chevallard (1999). Esta teoria focaliza o estudo das **organizações praxeológicas didáticas** pensadas para o ensino e a aprendizagem de **organizações matemáticas**.

A Didática da Matemática vista no campo da antropologia do conhecimento (ou antropologia cognitiva) considera o seguinte: *tudo é objeto*, faz-se a distinção dos tipos de objetos particulares: *as instituições, os indivíduos e as posições* que os indivíduos ocupam nas instituições. Os indivíduos tornam-se os *sujeitos* das instituições.

A Teoria Antropológica do Didático (TAD) estuda as condições de possibilidade e funcionamento de Sistemas Didáticos, entendidos como relações sujeito-instituição-saber. Ela tem como foco estudar o Homem frente ao saber matemático, e mais especificamente, frente a situações matemáticas. Uma razão para a utilização do termo “antropológico” é que a TAD situa a atividade matemática e, em consequência, o estudo da matemática dentro do conjunto de atividades humanas e de instituições sociais (Chevallard, p.1, 1999-1).

Na TAD, as noções de (tipos de) tarefa, (tipo de) técnica, tecnologia e teoria permitem modelar as práticas sociais em geral e, em particular, a atividade matemática, baseando-se em três postulados:

1. Toda prática institucional pode ser analisada, sob diferentes pontos de vista e de diferentes maneiras, em um sistema de tarefas relativamente bem delineadas.
2. O cumprimento de toda tarefa decorre do desenvolvimento de uma técnica

A palavra técnica é aqui utilizada como uma “maneira de fazer” uma tarefa, mas não é necessariamente um procedimento estruturado e metódico ou algorítmico.

As tarefas são identificadas por um verbo de ação, que, sozinho, caracterizaria um gênero de tarefa, por exemplo: calcular, decompor, resolver, somar que não definem o conteúdo em estudo. Por outro lado, “resolver uma equação fracionária” ou ainda “decompor uma fração racional em elementos simples” caracterizam tipos de tarefas, em que se encontram determinadas tarefas, como por exemplo, “resolver a equação” ou “decompor a fração $\frac{7}{9}$ em frações mais simples” (Silva, 2005).

Para uma determinada tarefa, geralmente, existe uma técnica ou um número limitado de técnicas reconhecidas na instituição que problematizou essa tarefa, embora possam existir técnicas alternativas em outras instituições. A maioria das tarefas institucionais torna-se rotineira quando deixam de apresentar problemas em sua realização. Isso quer dizer que para produzir técnicas é preciso que se tenha uma tarefa efetivamente problemática que estimule o desenvolvimento de pelo menos uma técnica para responder às questões colocadas pela tarefa. As técnicas assim produzidas são então organizadas para que funcionem regularmente na instituição.

Com esses dois postulados citados, obtém-se um bloco “prático-técnico” formado por um tipo de tarefas e por uma técnica que pode ser identificado em linguagem corrente como um “saber-fazer”. (Chevallard, 2002, p. 3)

O terceiro postulado a ser enunciado refere-se à ecologia das tarefas:

1. A ecologia das tarefas, isto é, as condições e restrições que permitem sua produção e sua utilização nas instituições. Para existir em uma instituição, uma técnica deve ser pelo menos compreensível, legível e justificada, o que seria uma condição mínima para permitir o seu controle e garantir a eficácia das tarefas feitas, que são geralmente tarefas supondo a colaboração de vários atores.

Essas condições e restrições ecológicas implicam a existência de um discurso descritivo e justificativo das tarefas e técnicas que Bosch e Chevallard (1991) chamam de tecnologia da técnica. Toda tecnologia precisa também de uma justificação, que chamaram a teoria da técnica.

Para Chevallard (2002) um “saber-fazer”, identificado por uma tarefa e uma técnica, não é uma entidade isolada porque toda técnica exige, em princípio, uma justificativa, isto é, um “discurso lógico” (logos) que lhe dá suporte, chamado de tecnologia. Segundo o autor, a tecnologia vem descrever e justificar a técnica como uma maneira de cumprir corretamente uma tarefa.

Assim, qualquer bloco tarefa/técnica vem sempre acompanhado de algum vestígio de tecnologia. Por exemplo, na aritmética elementar, às vezes, o discurso tem a função dupla de ser técnica e tecnologia, pois permite, ao mesmo tempo, encontrar o resultado e justificar que tal resultado está correto.

Um conjunto de técnicas, de tecnologias e de teorias organizadas para um tipo de tarefa forma uma organização “praxeológica” (ou praxeologia) pontual. A palavra praxeologia é formada por dois termos gregos, práxis e logos, que significam, respectivamente, prática e razão. Ela reporta-se ao fato de que uma prática humana, no interior de uma instituição, está sempre acompanhada de um discurso, mais ou menos desenvolvido, de um logos que a justifica, a acompanha e que lhe dá razão.

Um saber diz respeito a uma organização praxeológica particular, com uma certa “generalidade” que lhe permite funcionar como uma máquina de produção de conhecimento. Para Bosch, Fonseca e Gascón (2004), a reconstrução institucional de uma teoria matemática requer elaborar uma linguagem comum que permita descrever, interpretar, relacionar, justificar e produzir as diferentes tecnologias da Organização Matemática Local (OML) que integram uma Organização Matemática Regional (OMR).

A praxeologia associada a um saber é a junção de dois blocos: saber-fazer (técnico/prático) e saber (tecnológico/teórico) cuja ecologia refere-se às condições de sua construção e vida nas instituições de ensino que a produz, utiliza ou transpõe. Consideram-se aqui as condições de “sobrevivência” de um saber e de um saber-fazer em analogia a um estudo ecológico: qual o habitat? Qual o nicho? Qual o papel deste saber ou saber-fazer na “cadeia alimentar”? Tais respostas ajudam na compreensão da organização matemática determinada por uma praxeologia.

Segundo Chevallard (1999), as praxeologias (ou organizações) associadas a um saber matemático são de duas espécies: matemáticas e didáticas. As organizações matemáticas referem-se à realidade matemática que se pode construir para ser desenvolvida numa em uma sala de aula e as organizações didáticas referem-se à maneira que se faz essa construção; sendo assim, existe uma relação entre os dois tipos de organização que Chevallard (2002) define como fenômeno de codeterminação entre as organizações matemática e didática.

Em um processo de formação de saberes/conhecimentos, as praxeologias envelhecem, pois, seus componentes teóricos e tecnológicos perdem seu crédito. Constantemente, em uma determinada instituição I surgem novas praxeologias que poderão ser produzidas ou reproduzidas se existem em alguma instituição I'. A passagem da praxeologia da instituição I para a da instituição I' é chamada por Chevallard (2002) de Transposição, mais especificamente, de Transposição Didática quando a instituição de destino é uma instituição de ensino (escola, classe, etc.).

ENGENHARIA DIDÁTICA DE PER

Segundo Chevallard (2009), um ponto de partida poderia consistir em olhar “o método da engenharia didática” como um caso específico que oferece ao investigador as possibilidades únicas “de uma metodologia” de investigação em didática. “A metodologia” refere-se então ao que Chevallard chama de praxeologias de investigação colocadas em jogo em um domínio dado ou em uma pesquisa específica.

Este autor observa que, o trabalho coletivo sobre praxeologias de investigação em didática, parece hoje necessário que nunca para combater os efeitos dos caminhos maquinalmente trilhados, ou a quase naturalização dos métodos usados.

Chevallard (2009) explica a terminologia “didática de investigação codisciplinar”, da seguinte forma: “Uma questão Q a ser estabelecida, num sistema didático $S(X; Y; Q)$ onde X é um coletivo de estudo (uma classe, uma equipe de estudantes, etc.) e Y um grupo (geralmente reduzido, ou mesmo inexistente)

de auxiliares e diretores de estudo (professor, tutor, etc.). A finalidade da constituição desse sistema é estudar Q e procurar uma resposta R que satisfaça algumas restrições a priori, confrontando-a com ‘meios didáticos’ apropriados”.

Esse trabalho de investigação agrega ferramentas praxeológicas de várias disciplinas, ou seja, é codisciplinar. Segundo o autor, envolver-se numa tal investigação é engajar-se num Percorso de Estudo e Pesquisa (PER¹) motivado por essa mesma pesquisa. Ele esclarece, ainda, que para desenvolver a resposta R, de fato, é conveniente coletar e organizar um “milieu” de trabalho M que reúne recursos novos e antigos que X irá usar. Esses recursos, certamente, serão “todas” as respostas à Q, validadas por uma instituição particular, e denotada por R[◊]. A análise destas respostas deve fornecer materiais para a construção da resposta R, ela será denotada por R[♥]. Outras obras “O” serão da cultura, qualquer que seja a “dimensão” cultural, que fornecem ferramentas para a análise das respostas R[◊] e da construção da resposta esperada R[♥]. As obras “O” serão parcialmente desenhadas em várias disciplinas, embora algumas sejam “disciplinas” não reconhecidas, porque são emergentes ou culturalmente vilipendiadas. Chevallard apresenta o que ele chama de “esquema herbatiano” que pode ser observado na seguinte forma condensada por $(S(X; Y; Q) \Rightarrow M) \Rightarrow R^\heartsuit$ e, da forma desenvolvida por:

$$[S(X; Y; Q) \Rightarrow \{ R_1^\diamond, R_2^\diamond, \dots, R_n^\diamond, O_{n+1}, \dots, O_m \}] \Rightarrow R^\heartsuit.$$

Segundo o autor, a noção de PER permite englobar práticas mais ou menos diferentes das práticas sociais de conhecimento: pesquisa científica, investigação policial ou jornalística, etc. O estudo escolar é, todavia, o que parece ser menos passível de modelagem em termos de PER e, na verdade, podemos imaginar as formas mais tradicionais de ensino, e dizer que elas requerem uma investigação sobre Q, é o fato de o professor ter lugar em outra cena da classe; ao aluno é oferecido uma resposta pronta R[◊], autenticada pelo professor, que será a resposta R[♥] da classe: ele deverá estudá-la, como será a resposta R[◊] relatada num “milieu” M pela classe X se os alunos tiveram tempo livre para respondê-la. Ou seja, esse movimento retrata onde cada cidadão ou grupo de cidadão deve ser capaz de investigar qualquer assunto que escolher e usar as ferramentas praxeológicas de sua formação escolar.

Chevallard afirma que se deve enfatizar os seguintes aspectos a partir da noção de PER associada à investigação codisciplinar:

- A investigação codisciplinar aberta agrega as ferramentas com o “milieu”, que a priori é qualquer “milieu” M, que pode ser elegível.
- Com relação à questão Q estudada, deve-se levar em conta a generalidade desta questão, ou seja, sua capacidade de gerar outras perguntas.

Um PER é baseado em uma pergunta geradora, **ou seja, uma questão capaz** de gerar um encontro com questões “derivadas”. O que levou a seguinte definição de uma questão crucial: Será dito que uma pergunta Q₂ é crucial para (ou em relação à) uma pergunta Q₁ se o fato de saber responder à Q₂ permite avançar na elaboração de uma resposta à Q₁. Naturalmente, para uma pergunta Q₁ pode haver várias perguntas Q₂, Q₂’, Q₂”, etc., crucial para Q₁ (tradução nossa)

É importante entender o significado dos termos “Estudo e Pesquisa” nas expressões PER. Esses termos apontam a necessidade de procurar respostas a questões cujo estudo está sob a responsabilidade dos alunos. Para reforçar essa ideia, Chevallard define três princípios estruturantes dos PER: O primeiro é organizar *um PER em torno de uma questão geradora*. O segundo princípio exige *organizar um PER em torno de cinco gestos básicos* (CHEVALLARD, 2011): *observar, analisar, avaliar as respostas R[◊], desenvolver, em seguida, divulgar e defender a resposta R[♥]*. O terceiro princípio, finalmente, une a pilotagem do PER, *regulando [as] sete dialéticas fundamentais* (a seguir).

Esse dispositivo tem um papel estratégico para a formação inicial e continuada de professores, na medida em que elimina o risco de querer formar professores a partir de um equipamento praxeológico (EP) imutável, o qual deve ser deixado sob a responsabilidade do professor para mobilizá-lo em situações concretas. De outro modo, os EP disponíveis passam a serem objetos questionáveis, a partir das

¹ Parcours d’Étude et de Recherche

necessidades praxeológicas que se criam no exercício da profissão e se constituindo no estudo das questões, problemas ou necessidades, que estão na origem do processo de formação, que por sua vez, levarão a reformulações desses EP disponíveis. O autor (2009, p.4) ilustra esta situação com um exemplo de PER para construir uma calculadora gráfica, que relatamos a seguir.

Segundo Chevallard (2009a), a noção de PER codisciplinar pode englobar um amplo conjunto de práticas sociais do conhecimento, como por exemplo, a pesquisa científica, a investigação policial ou jornalística etc.

De acordo com Chevallard (2009a), cada estudante ou grupo de estudantes engajado em um PER deve ser capaz de investigar qualquer assunto escolhido usando equipamentos praxeológicos da formação básica que a escola tem proporcionado. O autor salienta que a introdução da noção de PER na sala de aula de Matemática leva naturalmente à questão da redefinição de um currículo de Matemática PER, no qual ele examina alguns princípios que devem orientar a concepção, a construção e a realização de um ensino renovado, trabalhando-se com temas específicos ou tópicos do programa do ano.

Quando um currículo se forma em torno de uma pedagogia dada, forma-se também uma infraestrutura didática - aqui didática-matemática, ou matemática-didática - que permite a aplicação desta pedagogia. Uma pedagogia na qual se espera apenas do professor que expõe aos alunos a matéria a estudar supõe assim uma infraestrutura cujo essencial se reduz às "lições", ou seja, exposições sobre os diferentes temas e assuntos previstos pelo currículo prescrito. No entanto, segundo Chevallard, mesmo a criação destas exposições não é evidente. Ela é facilitada quando, essencialmente, ela retoma de forma a penas transposta "um texto do saber" elaborado na esfera (matemática) científica. Os objetos matemáticos que compõem seu curso e a sua organização vem de outras fontes. É isto que constitui (em parte) o que Chevallard chama de infraestrutura didática composta por exigências e condições pedagógicas, além das organizações matemáticas que exploram estas condições e respeitando estas exigências (assim como as condições e exigências próprias da disciplina estudada).

De acordo com Chevallard (2009a), esta infraestrutura supõe fundações que o professor isolado ou em associação com outros professores não pode criar. Ainda, ele aponta que criar uma infraestrutura didática-matemática adequada a uma pedagogia do PER revela-se fora de alcance de "simples" professores, e que, é provável que tal projeto suponha a mobilização de imensas forças produtivas na disciplina. Portanto, a infraestrutura matemática adequada a uma pedagogia de professor constitui uma obra difícil e rara.

Chevallard (2009b, p.99) afirma que o equipamento praxeológico dependerá do PER determinado em parte pelas decisões adotadas no quadro do inquérito sobre Q. Neste caso, não há realmente uma análise a priori anterior ao funcionamento do sistema educativo S (X; Y; Q) em que ocorre a investigação. A análise a priori, que na problemática clássica da engenharia didática é a prerrogativa do "engenheiro didático" ou, na melhor das hipóteses, do professor Y, aqui é integrada ao trabalho do sistema didático S(X; Y; Q) e tornou-se na "análise in vivo", parte integrante do trabalho exigido pelo inquérito, que determina em grande parte o Percurso de Estudo e Pesquisa, em que ele ocorre.

Segundo ainda o autor (p.103), a concepção, a construção, a realização de cenários de PER apresentam todos os grandes problemas que as pesquisas em didática da matemática, há muito tempo, identificaram. Alguns desses problemas são a devolução (BROUSSEAU, 2004 apud CHEVALLARD, 2009b, p.103) e a institucionalização no momento do estudo. Ele assevera que uma institucionalização não desequilibrada por uma forte preferência disciplinar valoriza outras entidades praxeológicas que participam de diversas "disciplinas" e vão ao encontro com a elaboração, no y, como X, de uma relação, muitas vezes, inédita com vários tipos de objetos, presentes ou não na formação escolar habitual.

A engenharia didática para o uso (e para usuário) só pode existir, de acordo com Chevallard (2009b, p.105), em regra geral, em estreita articulação com a pesquisa. Dito de outra forma, tais produções de tal engenharia didática devem ser olhadas, salvo exceção, como sendo em uma versão "beta" - senão "em versão alpha". No estado de desenvolvimento da pesquisa sobre os PER, Chevallard (2009b) coloca a clínica didática de PER como condição de possibilidade de pesquisa e de engenharia em termos de PER, desenvolvimento marcado pela criação, viabilização e ativação de terrenos clínicos, mediante os quais realizações, observações, experiências podem ser muito bem realizadas, levando em consideração

as instituições e as pessoas em causa e atendendo as necessidades de pesquisa de engenharia e necessidades de engenharia a pesquisa.

O QUE FAZER PARA A IMPLEMENTAÇÃO DE UM PER?

Para desenvolver um PER, é preciso estudar as três dimensões de um problema didático: a dimensão epistemológica, da dimensão econômica e a dimensão ecológica. Dimensões de um problema didático

Para Barquero, Bosch e Gascón (2013, p.3), uma pesquisa em Educação Matemática deve se dar a partir da existência de um problema docente que a justifique, problema esse, entendido como aquele de que se depara um professor ao ter que ensinar um tema matemático aos seus alunos.

Segundo esses autores, esse problema é o P0 do esquema heurístico representado por

$$\{[(P_0 \oplus P_1) \subset P_2] \subset P_3\} \subset P_\delta \text{ onde}$$

- P1 é a dimensão epistemológica, P2 a dimensão econômica, P3 a dimensão ecológica e Pδ o problema didático propriamente dito, entendido como aquele que diz respeito ao ensino e à aprendizagem de Matemática. (GASCÓN, 2011, p. 205, BARQUERO, BOSCH E GASCÓN, 2013, p. 2)
- P0 é o possível ponto de partida para uma investigação científica em Didática da Matemática, é a problemática inicial, configurada “de certa forma pré-científica”, também vista como “problema docente”,
- o símbolo \oplus refere-se a sua incompletude, no sentido de que, para estabelecer-se como um problema didático, há necessidade de ter, pelo menos, a dimensão epistemológica P1;
- o símbolo \subset , não significa inclusão, mas uma hierarquização, no sentido de que a dimensão Pi+1, mesmo que não explicitamente, necessita da dimensão Pi que a precede.

DIMENSÕES EPISTEMOLÓGICA E ECONÔMICA-INSTITUCIONAL DE UM PROBLEMA DIDÁTICO

Para Almouloud (2010, p. 156), a análise epistemológica tem por base o desenvolvimento histórico, permitindo identificar as diferentes formas de concepções de um determinado objeto matemático que poderão favorecer a análise didática.

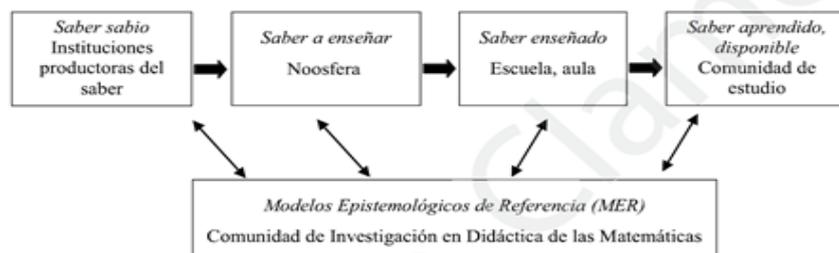
Para Godino (2003, apud MATTOS, 2017, p.85), para estudar os fatores que afetam os processos de ensino e aprendizagem da matemática, devemos considerar a natureza dos conteúdos e perguntar qual o papel da atividade humana e, sendo assim, a análise epistemológica de objetos matemáticos deve ajudar a esclarecer a natureza desses objetos.

Barquero, Bosch e Gascón (2013) indicam que a dimensão epistemológica se faz importante e presente em todo e qualquer problema didático, pois é nela que buscamos entender:

- amplitude do âmbito matemático para situar nosso problema didático;
- Os tipos de problemas oriundos da problemática;
- As tentativas de abordar e até mesmo solucionar tal problemática;
- Quais as razões de ser desse objeto matemático e da problemática do seu ensino.

Figura 1: Etapas da transposição didática

Fonte: Gascón (2011, p.2014)



Entendemos que esses aspectos permitem vislumbrar o modelo epistemológico de referência do objeto matemático em estudo (Figura 1)

Além das questões acima tecida, sugerimos apoiar-se nas seguintes questões (adaptada de Barquero, Bosch e Gascón (2013)) para o estudo dessa dimensão:

Q1: Como o objeto matemático em estudo pode ser descrito por meio de um modelo epistemológico de referência (MER) compatível com o modelo epistemológico geral da atividade matemática proposta pelo TAD?

Q2: Quais características diferenciais (em relação àquelas usualmente encontradas na literatura) a TAD atribui às praxeologias relacionadas ao objeto em estudo?

Q3: Qual é a amplitude do campo matemático mais apropriado para planejar o problema didático do objeto em questão? Quais questões e tarefas matemáticas pontuais, áreas da matemática escolar ou matemática escolar, relacionadas com o objeto em estudo considerar?

DIMENSÃO ECONÔMICA

O estudo da dimensão econômica visa a responder à seguinte pergunta: Como as praxeologias se comportam em uma determinada instituição?

Formam parte da dimensão econômica as questões relativas às condições que regulam a organização e o funcionamento de tais praxeologias na instituição de referência, ou seja, as questões relativas ao sistema de regras, princípios e leis (normas) que regem a vida institucional da mesma.

Para estudo a dimensão econômica, pode-se apoiar-se nas seguintes questões (adaptada de Barquero, Bosch e Gascón (2013))

Q1: Que âmbito institucional temos que levar em consideração para abordar o problema didático do objeto matemático em estudo: a sala de aula, a escola, o sistema de ensino de matemática, a Sociedade ou a Civilização?

Q2: Como o objeto é descrito e interpretado em cada uma das instituições que intervêm no processo de transposição? Quais tarefas, no sentido da TAD, vivem normalmente nos sistemas educacionais?

Q3: O que se entende nas instituições didáticas para ensinar o objeto matemático? Em particular, como as atividades consideradas no sistema escolar se relacionam com as atividades relacionadas com o objeto em questão e aquelas consideradas como solução matemática de problemas?

DIMENSÃO ECOLÓGICA DE UM PROBLEMA DIDÁTICO

A dimensão econômica-institucional permeia a dimensão ecológica, uma vez que o “nascimento”, a “vida” e a possibilidade de “fencimento” e/ou “ressurgimento”, prescindem das condições econômicas.

Isso é destacado por Gascón (2011) e Barquero, Bosch e Gascón (2013), quando dizem que a dimensão ecológica, dentre outros fatores, deve evidenciar:

- a) Os âmbitos institucionais considerados;
- b) As instituições envolvidas e as maneiras como descrevem e interpretam o objeto pesquisado;
- c) As práticas matemáticas existentes nas instituições envolvidas relativas ao objeto pesquisado;
- d) Os modelos epistemológicos da matemática envolvida no seio das instituições;
- e) As dificuldades que surgem ao se tentar modificar as OD em uma determinada instituição.

Essas evidências permitem, por exemplo, situar, em termos da Didática da Matemática, os *habitat* e *nichos* do objeto matemático investigado no ecossistema de ensino considerado.

Os *habitats* serão os ambientes conceituais nos quais um determinado objeto do saber matemático se encontra e vivencia suas práticas. São os setores de um ecossistema onde os componentes curriculares dão guarida às praxeologias com objetos matemáticos.

Os *nichos*, por sua vez, contemplarão as suas funcionalidades e praxeologias, que se evidenciam pelas práticas que, em relação a um objeto de ensino, se evidenciam em um dado *habitat* de um certo ecossistema, interagindo com os demais *nichos*

DIMENSÃO ECONÔMICA X DIMENSÃO ECOLÓGICA

Para estudar as dimensões económicas e ecológicas da problemática didática, o pesquisador (ou professor) usa inevitavelmente - como referência - um modelo (que pode ser implícito) das praxeologias matemáticas que estão em jogo, isto é, um modelo epistemológico de referência (MER) do campo da atividade matemática em questão.

Quando falamos de modelo epistemológico de referência, referimo-nos a formas de interpretar e descrever um campo conceitual de objeto matemático pertencente a quadro, como, por exemplo, a geometria euclidiana, álgebra escolar, proporcionalidade ou estatística, que é predominante nas instituições escolares, mas também na noosfera e nas instituições que produzem conhecimento matemático. É o instrumento com o qual o didata pode desconstruir e reconstruir as praxeologias cuja divulgação intrainstitucional e interinstitucional pretende analisar.

O MER também é essencial para estudar o conhecimento matemático antes de ser transformado para ser ensinado. Quando a MER é abertamente e explicitamente exposto à crítica e ao contraste empírico, ele constitui um instrumento de emancipação (da didática e ciência didática) no que diz respeito ao modelo epistemológico dominante na instituição (GASCÓN, 2014).

Em coerência com esta MER e com base nela, o formador (ou pesquisador) utiliza (e, eventualmente, constrói) um modelo didático do que significa «aprender» conhecimentos matemáticos do referido campo.

ECOLOGIA DIDÁTICA

A Ecologia Didática, ao tratar de um dado saber, diz respeito aos questionamentos sobre a sua real existência, ou inexistência, ou possibilidades de ressurgir, na instituição onde se instala, ou se instalou, ou seja, sobre como é que ele surge, como se mantém “vivo”, como é que deixa de existir, e, nesse caso, se pode voltar a “viver” ali.

A ecologia de uma organização praxeológica associa-se às condições que pesam sobre sua construção e sua “vida”, normalizadas tanto nas instituições de ensino como nas de produção, de utilização e/ou transposição de saberes.

Artaud (1998, p. 102-103) identifica quatro tipos de ecossistemas de ensino, segundo o regime epistemológico ao qual é submetido o saber matemático:

- Ecossistema do saber, onde se produz a matemática;
- Ecossistema didático escolar, onde se estuda a matemática;
- Ecossistema profissional, utilizador da matemática para concretizar algumas tarefas;
- Ecossistema noosferiano, onde a matemática é manipulada para fins de transposição.

REFERÊNCIAS

- Artaud, M. (1998). *Introduction à l'approche écologique du didactique* – L'écologie des organisations mathématiques et didactiques. Actes de la IX^{ième} École d'été de Didactique des Mathématiques. Caen: ARDM&IUFM. pp. 101-139
- Barquero, B., Bosch, M. y Gascón, J. (2010). Ecología de la Modelización Matemática: los Recorridos de Estudio e Investigación - III International Conference on the Anthropological Theory of the Didactic.
- Barquero, B., Bosch, M. y Gascón, J. (2013). Las tres dimensiones del problema didáctico de la modelización matemática. Educação Matemática e Pesquisa, São Paulo, v.15, n.1, pp.1-28.

- Bosch, M., Chevallard, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude e problématique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage, Grenoble, 1999, v.19, n°1, p.77-124.
- Bosch, M., Fonseca, C.y Gascón, J.(2004). Incomplétude de las organizaciones matemáticas locales em las instituciones escolares. In: *Recherches em Didactique des Mathématiques*. Grenoble, França: La Pensée Sauvage, p. 205-250. v. 24/2.3.
- Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage, Grenoble, v. 12.1, p.73-112.
- Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage-Éditions.v. 19.2, p.221-265.
- Chevallard, Y. (2002a). Organiser l'étude. 1. Structures & Fonctions. *Actes de la 11 École d'Été de Didactique des Mathématiques*. France: La Pensée Sauvage.
- Chevallard, Y.(2002b). Organiser l'étude. 3. Ecologie & régulation. *Actes de la 11 École d'Été de Didactique des Mathématiques*. France: La Pensée Sauvage. p. 41-55.
- Chevallard, Y.(2009a) La notion de PER : problèmes et avancées, 2009a, (in http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/La_notion_de_PER_problems_et_avancees.pdf , acessado em 10/03/2018)
- Chevallard, Y. (2009b). La notion d'ingénierie didactique, un concept à refonder. Questionnement et éléments de réponses à partir de la TAD. in Margolinas et all.(org.) : En amont et en aval des ingénieries didactiques, XV^a École d'Été de Didactique des Mathématiques – Clermont-Ferrand (Puy-de-Dôme). *Recherches em Didactique des Mathématiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage, v. 1, p.81-108, 2009b.
- Gascón, J. (2014). Los modelos epistemológicos de referencia como instrumentos de emancipación de la didáctica, 2014.
- Gascón, J. (2011). Las tres dimensiones fundamentales de un problema didáctico: El caso del álgebra elemental. *Revista Latinoamericana de investigación en Matemática Educativa*, pp. 203-231, 2011.